


Universidade da Madeira

**Introdução ao tratamento de resultados experimentais**

Luís Aguiar Gomes  
*Departamento de Física  
Universidade da Madeira*

Departamento de Física

**Erros Experimentais**

---


**Sempre que medimos alguma grandeza existe um erro associado a essa medição!**

Se medimos a altura de uma pessoa “a olho” temos um erro de (pelo menos) uns 5 ou 10 cm.

Se medimos a mesma altura com uma régua, o erro já será menor, por exemplo 1 cm ou 1mm, mas não deixa de existir!

Naturalmente o instrumento que utilizamos para fazer a medição, afecta o erro dessa medição.

---

- 2 - 

**Erros Experimentais**

---


Nesta cadeira irão utilizar dois tipos de instrumentos, os de escala linear e os digitais.

Exemplos de instrumentos de escala linear são as réguas, os transferidores e os dinamómetros mais comuns.

Exemplos de instrumentos digitais são os cronómetros, e todos os outros aparelhos em que o valor seja lido num ecrã digital.

Naturalmente os erros são diferentes consoante o tipo de aparelho, e consoante o aparelho.

---


- 3 - 

**Erros Experimentais**

---


Regra geral, **nos instrumentos com escala linear a resolução do aparelho (incerteza) corresponde a metade da menor divisão da escala.**

Imaginem que têm uma régua cuja menor divisão é 0,5 cm. O erro é de  $0,5/2 = 0,25$  cm.



Mas, qual é o menor valor que conseguem medir?

---


- 4 - 

**Erros Experimentais**


---

À primeira vista a resposta parece ser 0,5 cm. Mas está errada! Vocês conseguem sempre estimar um valor entre as divisões marcadas na régua.

Vejam este exemplo, o traço preto está entre a marca dos 4 e a dos 4,5 cm. Então podemos dizer que será aproximadamente 4,3 ou 4,25 cm (depende da perícia do observador).




---


- 5 - 

**Erros Experimentais**


---

Essa discrepância entre os observadores é grave? Não! Porque, como dissemos, o erro é de metade da menor divisão (ou seja, neste caso, 0,25 cm). O que significa que os 2 observadores devem indicar os seguintes resultados:

Obs. 1:  $4,25 \pm 0,25$  cm      Estes valores são  
Obs. 2:  $4,30 \pm 0,25$  cm      perfeitamente  
   compatíveis!!!!





---

- 6 - 


### Erros Experimentais

O cuidado que devem ter é o de seguir sempre o mesmo critério. Ou seja não devem estimar umas vezes por defeito e outras por excesso. Devem ser coerentes.

Nota: Se numa régua “normal” a menor divisão é de 1 mm, então vocês devem sempre estimar as décimas de milímetro!!!




Neste exemplo  $3,53 \pm 0,05$  cm

- 7 - 


### Erros Experimentais

E nos instrumentos digitais? Se não for dito nada, o erro corresponde ao último algarismo apresentado. (Normalmente o erro é superior a este valor, mas se nada for dito, utilizem este).

Suponham que lêem num voltímetro o seguinte resultado:




Então, devem apresentar o resultado como sendo  $258 \pm 1$  V.

- 8 - 

### Erros Experimentais

Mas ainda não é tudo, até porque um instrumento pode ter uma resolução muito boa (ou seja, pode permitir medir valores com grande precisão), mas, numa determinada experiência, as condições experimentais podem limitar essa resolução.

Um exemplo clássico são os cronómetros, que normalmente têm uma resolução de 0,01 s, mas que devido ao tempo de resposta do utilizador, têm uma incerteza muito superior a esse valor.


- 9 - 

### Erros Experimentais

Por exemplo, se quiserem medir um tempo da ordem dos 0,08 s com um cronómetro, não o poderão fazer manualmente (porque o vosso tempo de resposta é da ordem dos 0,20 s).

Nesses casos, em que os erros são elevados, é habitual recorrer-se à repetição da experiência ou à medição de vários acontecimentos consecutivos, sendo depois calculada a média:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

- 10 - 


### Erros Experimentais

E depois de termos a média, qual é o erro? O erro nesses casos é o maior de dois parâmetros:

- O erro do instrumento
- O desvio padrão:

$$\delta x_i = x_i - \bar{x} \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\delta x_i)^2}$$

Note-se que no caso de estarmos a medir acontecimentos consecutivos, admite-se que o erro do instrumento se divide uniformemente entre eles (se medimos 4 períodos o erro /4).


- 11 - 

### Propagação dos Erros

Já vimos como determinar os erros de grandezas que medimos directamente. Mas como determinar os erros de medições indirectas?

Por exemplo, se medimos o diâmetro de um círculo, qual é o erro associado à área desse mesmo círculo?

Vejam como exemplo um cilindro. Medimos com uma régua a altura (h) e o diâmetro (d) desse objecto, logo sabemos  $h \pm \Delta h$  e  $d \pm \Delta d$ .

- 12 - 

**Propagação dos Erros**


---

Recordando que o volume de um cilindro é dado pela expressão:

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 b$$

facilmente calculamos o volume (V). Mas e o erro do volume  $\Delta V$ ? Não podemos simplesmente substituir d por  $\Delta d$  e h por  $\Delta h$ . **Temos que fazer o estudo da propagação do erro!** Ou seja, saber como é que os erros das variáveis afectam a grandeza que queremos determinar.

---

- 13 - 

**Propagação dos Erros**


---

**A fórmula geral é sempre esta:**

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i\right)^2}$$

Ou seja se temos uma grandeza definida pela função f, que depende de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  variáveis, então o seu erro  $\Delta f$  é dado pela raiz quadrada do somatório dos quadrados dos produtos das derivadas parciais da função f em ordem a cada uma das variáveis pelo erro associado a cada uma dessas variáveis. Complicado? Não é!

---

- 14 - 

**Propagação dos Erros**

---


Voltando ao exemplo do cilindro. Quais são as variáveis? d e h. Qual é a função da qual queremos determinar o erro?

$$V = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 b$$

Então o erro de V será dado por:

$$\Delta V(d, h) \approx \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2}$$


---

- 15 - 

**Propagação dos Erros**

---

As derivadas parciais em ordem a d e a h são:


$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial d} &= \frac{\partial}{\partial d} \left( \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h \right) = \pi h \frac{\partial}{\partial d} \left( \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right) & \frac{\partial V}{\partial h} &= \frac{\partial}{\partial h} \left( \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h \right) = \\ &= \pi h \frac{\partial}{\partial d} \left( \frac{d^2}{4} \right) = \frac{\pi h}{4} \frac{\partial}{\partial d} (d^2) = \frac{\pi h}{4} 2d = \frac{\pi h d}{2} & &= \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{\partial}{\partial h} h = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

Substituindo as derivadas parciais obtemos:

$$\Delta V(d, h) = \sqrt{\left(\frac{\pi h d}{2} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\pi d^2}{4} \Delta h\right)^2}$$

Agora basta substituir pelos nossos valores, e já está! Não é difícil, basta seguir a fórmula!

---

- 16 - 


**Propagação dos Erros**

---

Neste caso utilizamos a fórmula geral, e que fornece um menor valor para o erro final. No entanto muitas vezes poderemos utilizar duas outras fórmulas, que apesar de fornecerem um erro superior, são aproximações aceitáveis e muito práticas de utilizar.

Essas fórmulas só são aplicáveis quando temos funções "simples" ou seja apenas com somas, subtracções, multiplicações e divisões. Caso existam Sen, Cos, exp, Ln, etc não podem ser aplicadas estas simplificações.

---

- 17 - 

**Propagação dos Erros**

---

Caso a nossa função seja uma soma ou uma subtracção:

$$f(x, y) = x + y \quad \text{ou} \quad x - y$$

$$\Rightarrow \Delta f(x, y) = \Delta x + \Delta y$$

O erro é a soma dos erros.


Caso a nossa função seja uma multiplicação ou uma divisão:

$$f(x, y) = x \cdot y \quad \text{ou} \quad x/y$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta f(x, y)}{f(x, y)} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$$

O erro relativo é a soma dos erros relativos.

---

- 18 - 

**Propagação dos Erros**

---

Vamos aplicar estas fórmulas ao caso anterior.

$$V(d, h) = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 h = \frac{\pi}{4} d^2 h$$

Neste caso temos uma constante ( $\pi/4$ ) a multiplicar por  $d^2 \cdot h$ , ou se quiserem por  $d \cdot d \cdot h$ .

Então, seguindo a regra, o erro relativo de  $V$ , ou seja  $\Delta V/V$  será:

$$\frac{\Delta V(d, h)}{V(d, h)} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} = \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right) + \frac{\Delta h}{h}$$


---

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Algarismos significativos**

---

Se utilizarem a calculadora para fazer algum cálculo, quantos algarismos do resultado devem apresentar? Vejamos um exemplo:

$$3 / 7 = 0,428571428571428571428571428571$$

Obviamente, não faz nenhum sentido utilizar tantas casas decimais, pois a partir, digamos, da 3ª casa decimal os restantes algarismos representam quantidades tão pequenas que não têm significado. Daí que se fale em **Algarismos Significativos**.

---

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Algarismos significativos**

---

Existem duas regras para as operações matemáticas, uma para as somas e subtrações e outra para as multiplicações e divisões, e uma outra regra que tem a ver com o erro.

Durante os cálculos intermédios devem-se seguir as duas primeiras regras, eventualmente utilizando mais um algarismos significativo do que o estabelecido (para facilitar os arredondamentos). No final é normalmente a regra do erro que acaba por determinar o número de algarismos significativos.

---

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Algarismos significativos**

---

Em relação às somas ou subtrações, o resultado da operação deve ser apresentado com o mesmo número de casas decimais do número que tiver o menor número de casas decimais.

$$\begin{array}{r} 32,4 \quad \text{--- 1 casa decimal (Menor número)} \\ 4,14 \quad \text{--- 2 casas decimais} \\ + 245,924 \quad \text{--- 3 casas decimais} \\ \hline 282,464 \quad \text{--- 1 casa decimal!} = 282,5 \end{array}$$


---

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Algarismos significativos**

---

Em relação às multiplicações e divisões, o resultado da operação deve ser apresentado com o mesmo número algarismos significativos que o número que tiver o menor número algarismos significativos.

$$\begin{array}{r} 432,4 \quad \text{--- 4 alg. sig.} \\ \times 4,04 \quad \text{--- 3 alg. sig. (Menor número)} \\ \hline 1746,896 \quad \text{--- 3 alg. sig.} = 1,75 \cdot 10^3 \end{array}$$


---

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Algarismos significativos**

---

No caso do resultado final, devemos ainda ter atenção à regra relativa ao erro, e que é a seguinte: O erro só deve ter 1 algarismo significativo (eventualmente 2 se o 1º algarismo for um "1").

$$\begin{array}{r} 0,024 \quad \text{---} \rightarrow 0,02 \\ 0,123 \quad \text{---} \rightarrow 0,12 \\ 0,017 \quad \text{---} \leftarrow 0,02 \end{array}$$


---

Univ. Madeira  
Dept. Física

### Algarismos significativos

Finalmente, o resultado final deve ser apresentado com tantas casas decimais quantas o erro tiver. Ou seja, devemos apresentar o resultado final de modo a que o último algarismo corresponda ao algarismo onde “está” o erro!

$$12,4456 \pm 0,02 \rightarrow 12,45 \pm 0,02$$

$$0,05312 \pm 0,0015 \rightarrow 0,0531 \pm 0,0015$$

- 25 -

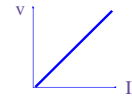


### Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?

No estudo de fenómenos físicos é muito frequente encontrar-se uma relação linear entre duas grandezas.

Um exemplo bem conhecido é a Lei de Ohm, em que a tensão ( $v$ ) se relaciona com a corrente ( $I$ ) através de uma constante, a resistência ( $R$ ):

$$v = R I$$



- 26 -



### Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?

Se medirmos  $v$  e  $I$  podemos facilmente calcular a resistência  $R$ :

$$R = v / I$$

Se tivermos vários pares de valores ( $v_1, I_1$ ), ( $v_2, I_2$ ), ..., ( $v_n, I_n$ ), então podemos calcular  $R$  para cada um deles, e calcular a média de  $R$ .

Mas este não é o caso mais geral, nem tão pouco o mais frequente!

- 27 -

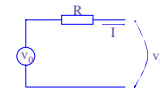


### Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?

Isto porque em geral, quando existe uma relação linear entre duas grandezas, isso não significa que quando uma é zero, a outra também o seja.

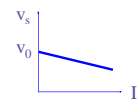
Por exemplo neste circuito, a relação entre  $v_s$  e  $I$  é:

$$v_s = v_0 - R I$$



Continua a ser uma relação linear, mas quando  $I = 0$  temos que:

$$v_s = v_0$$



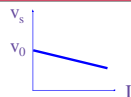
- 28 -



### Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?

$$v_s = v_0 - R I$$

Neste caso, temos duas constantes que temos que determinar,  $v_0$  e  $R$ .



Se medísse-mos diversos conjuntos de pontos ( $v_{s1}, I_1$ ), ( $v_{s2}, I_2$ ), ..., ( $v_{sn}, I_n$ ) e fizesse-mos o mesmo cálculo que fizemos anteriormente, (dividir uns pelos outros em seguida a média), iríamos obter apenas um valor, e esse valor nem sequer é  $v_0$  ou  $R$ !

- 29 -

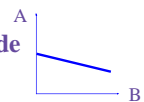


### Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?

Então como determinar os parâmetros desta experiência? (ou de qualquer outra em que existe uma relação linear entre duas grandezas)

A primeira coisa a fazer, é o gráfico de uma das grandezas em função da outra.

Sempre que se diz “faça o gráfico de **A** em função de **B**” deve fazer-se um gráfico em que **A** se encontra representado no eixo vertical ( $y$ ) e **B** no eixo horizontal ( $x$ ).

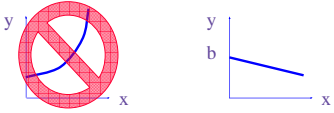


- 30 -



**Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?**

Se o gráfico obtido não for uma recta, então é inútil aplicar (directamente) o M.M.Q.!




Se o gráfico obtido for uma recta, então já sabem que essa recta pode ser representada pela equação:

$$y = a x + b$$

Univ. Madeira Dept. Física

**Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?**

Vamos regressar ao exemplo anterior.



Observem os dois gráficos.

Eles são idênticos, sendo que a diferença está nas grandezas que estão representadas nos eixos. Temos que:

$$v_s \Leftrightarrow y \quad \text{e} \quad I \Leftrightarrow x$$

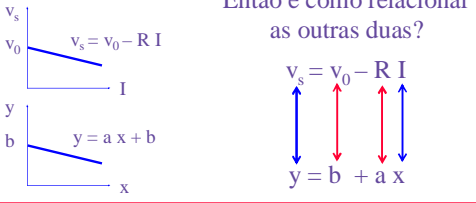
Univ. Madeira Dept. Física

**Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?**

Será que conseguimos encontrar uma relação entre todas as grandezas? Já sabemos que:

$$v_s \Leftrightarrow y \quad \text{e} \quad I \Leftrightarrow x$$

Então e como relacionar as outras duas?



$$v_s = v_0 - R I$$

$$y = b + a x$$

Univ. Madeira Dept. Física

**Para que serve o Método dos Mínimos Quadrados?**

Já temos todas as relações que precisamos (para analisar este exemplo):

$$v_s \Leftrightarrow y \quad I \Leftrightarrow x$$

$$v_0 \Leftrightarrow b \quad R \Leftrightarrow -a$$

Se conseguirmos determinar os parâmetros da recta (a e b), então conseguimos determinar  $v_0$  e R!

→ Este tipo de análise (encontrar as relações entre os parâmetros a e b e as grandezas que pretendemos determinar) é essencial!

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os parâmetros?**

Já vimos então que se calcularmos os parâmetros da recta (a e b), conseguimos determinar os parâmetros do sistema que estamos a estudar. Mas como calcular a e b?

**Através do Método dos Mínimos Quadrados!**

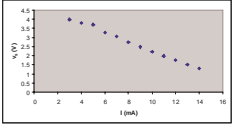
Este método de tratamento dos dados (NÃO é um método experimental) permite-nos obter os parâmetros que caracterizam uma relação linear entre duas grandezas. Por esse motivo, este tipo de análise é chamado de “Regressão Linear”.

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os parâmetros?**

Voltando ao mesmo exemplo, imaginem que têm os seguintes dados:

x	y
I (mA)	$v_s$ (V)
3	3.99
4	3.81
5	3.7
6	3.24
7	3.05
8	2.72
9	2.48
10	2.21
11	1.98
12	1.74
13	1.52
14	1.29



A primeira coisa a fazer é o somatório de cada uma das colunas:

$$\sum x = 102$$

$$\sum y = 31,73$$

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os parâmetros?**

Em seguida calcula-se  $x^2$  e  $xy$  para cada valor, e somam todos os valores dessas colunas

x	y	$x^2$	xy
I (mA)	$v_s$ (V)	$I^2$ (mA <sup>2</sup> )	$Iv_s$ (mAV)
3	3.99	3 <sup>2</sup>	3*3.99
4	3.81	4 <sup>2</sup>	4*3.81
5	3.7	25	18.5
6	3.24	36	19.44
7	3.05	49	21.35
8	2.72	64	21.76
9	2.48	81	22.32
10	2.21	100	22.1
11	1.98	121	21.78
12	1.74	144	20.88
13	1.52	169	19.76
14	1.29	196	18.06
102	31.73	1010	233.16
A	B	C	D

Para facilitar a escrita vamos chamar esses somatórios de A, B, C e D. Além desses 4 valores precisamos ainda do número de pontos N.

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os parâmetros?**

Sabendo esses 5 parâmetros (A, B, C, D e N), pelo Método dos Mínimos Quadrados, podemos calcular os parâmetros da recta (a e b) através das expressões:

$$a = \frac{ND - AB}{\theta} \quad b = \frac{BC - AD}{\theta}$$

em que:  $\theta = NC - A^2$

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os parâmetros?**

Neste exemplo resulta:  $a = -0,256$  e  $b = 4,82$ .

Mas então e os erros de a e de b?

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os erros dos parâmetros?**

Depois de sabermos os valores de a e de b, devemos calcular, um a um, os os valores da 5ª coluna:

$$\delta y_s^2 = (y - a x - b)^2$$

I (mA)	$v_s$ (V)	$I^2$ (mA <sup>2</sup> )	$Iv_s$ (mAV)	$\delta v_s^2$ (V <sup>2</sup> )
3	3.99	9	11.97	0.003569
4	3.81	16	15.24	0.00025
5	3.7	25	18.5	0.026042
6	3.24	36	19.44	0.001855
7	3.05	49	21.35	0.000506
8	2.72	64	21.76	0.002698
9	2.48	81	22.32	0.001324
10	2.21	100	22.1	0.002583
11	1.98	121	21.78	0.000638
12	1.74	144	20.88	9.43E-05
13	1.52	169	19.76	0.000668
14	1.29	196	18.06	0.002843
102	31.73	1010	233.16	0.042872
A	B	C	D	E

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os erros dos parâmetros?**

Com este sexto parâmetro (E), podemos calcular:

$$S^2 = \frac{E}{N-2}$$

e finalmente:

$$\Delta a = \sqrt{\frac{NS^2}{\theta}} \quad \Delta b = \sqrt{\frac{CS^2}{\theta}}$$

Obtemos assim os erros dos parâmetros a e b:

$$a \pm \Delta a \quad b \pm \Delta b$$

Univ. Madeira Dept. Física

**Como se calculam os erros dos parâmetros?**

Em seguida, e sabendo quais são as relações entre a e b e as grandezas que queremos medir (neste exemplo  $v_0$  e R), determinamos essas grandezas e os respectivos erros (através da propagação do erros).

Neste exemplo:  $v_0 \Leftrightarrow b \quad R \Leftrightarrow -a$

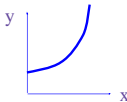
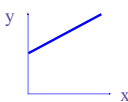
$$a \pm \Delta a = -0,256 \pm 0,005 \Rightarrow R = 0,256 \pm 0,005 \text{ k}\Omega$$

$$b \pm \Delta b = 4,82 \pm 0,05 \Rightarrow v_0 = 4,82 \pm 0,05 \text{ V}$$

Univ. Madeira Dept. Física

**Linearização de equações**

Voltando quase ao início. E se o gráfico que obtemos não é linear?

Então devemos procurar um gráfico que seja. Por exemplo y em função de x<sup>2</sup>. (Pode ser outra função qualquer, por exemplo: Ln x, etc.)

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Linearização de equações**

Tendo em conta que vocês são alunos do 1º ano, e que não vão descobrir nada de novo, basta que olhem para as equações que vão utilizar, e deverão ser capazes de intuir qual a relação que vão representar.

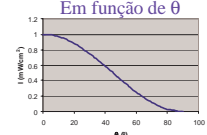
Por exemplo, se vocês estudassem a transmissão da luz num polarizador, a irradiância (I) que iriam medir, em função do ângulo de rotação  $\theta$ , é dada pela expressão:  
em que  $I_0$  é uma constante.  $I = I_0 \cos^2(\theta)$

Univ. Madeira  
Dept. Física


**Linearização de equações**

Vejamos 3 representações:


Em função de  $\theta$



Em função de  $\cos(\theta)$



Em função de  $\cos^2(\theta)$



Obviamente, apenas a 3ª é linear. Ou seja, só podemos aplicar o M.M.Q. se fizermos  $x = \cos^2(\theta)$  e  $y = I$

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Linearização de equações**

Mas isto já era de esperar, reparem, mediram I em função de  $\theta$ . Então I (ou uma função de I) será o y, e  $\theta$  (ou uma função de  $\theta$ ) será o x.

Neste caso:

$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$

$\updownarrow$   
y

$\updownarrow$   
a

$\updownarrow$   
x

$\updownarrow$   
+

$\updownarrow$   
b

$$y = a \cdot x + b$$

$I \Leftrightarrow y$

$\cos^2(\theta) \Leftrightarrow x$

$0 \Leftrightarrow b$

$I_0 \Leftrightarrow a$

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Linearização de equações**

Sabendo isto, apenas temos que repetir o M.M.Q. utilizando os valores de I como os valores de y, e os valores de  $\cos^2(\theta)$  como os valores de x.

No final iremos obter os valores de a e b e os respectivos erros  $\Delta a$  e  $\Delta b$ . O valor de a, já sabemos que corresponde à constante  $I_0$ . Mas então e b?

$0 \Leftrightarrow b$

$I_0 \Leftrightarrow a$

Univ. Madeira  
Dept. Física

**Linearização de equações**

Pela nossa dedução b deve ser 0. O que fazer se depois de aplicar o M.M.Q. obtivermos  $b \neq 0$ ?

Nesse caso devemos olhar para o erro associado ao parâmetro b. Vejamos dois casos:

$$b \pm \Delta b = 0,02 \pm 0,05$$

$$b \pm \Delta b = 1,47 \pm 0,05$$

No primeiro caso o valor de b é aceitável (porque 0 está dentro da margem de erro), no segundo caso não! Isto significa que algo de errado aconteceu durante a experiência (ou nos cálculos).

Univ. Madeira  
Dept. Física




**Linearização de equações**

---

Sempre que um dos valores obtidos não esteja de acordo com o que é esperado (por exemplo quando estamos a calcular o valor de uma constante bem conhecida, e obtemos um valor diferente do esperado), devem ser feitos comentários sobre as possíveis origens dessa discrepância.

Comentários gerais, do tipo “se tivéssemos cometido menos erros” ou “as más condições do equipamento”, não são aceitáveis.

---

- 49 - 

 **Universidade da Madeira**

**Relatórios**

**Luís Aguiar Gomes**  
*Departamento de Física  
Universidade da Madeira*

Departamento de Física

Esta forma de apresentar um relatório não deve ser entendida como única, mas sim como um guia geral de elaboração de um relatório.

O aluno deverá ser capaz (se não a princípio, pelo menos ao fim de algum tempo) de adaptar esta forma à experiência particular em causa.


**Relatórios**

---

O relatório de uma experiência deve ser claro, conciso e detalhado. Ou seja, deve indicar todos os pormenores relevantes do trabalho, sem, no entanto, o tornar confuso de ler.

Deve-se partir do princípio que a pessoa que o vai ler não sabe nada acerca da experiência em causa, e que ao ler o relatório ficara a compreender o que foi feito, como foi feito, porque foi feito e quais os resultados.

---

- 51 - 

**Relatórios**

---


*Primeira Página*

Título - Identificação do trabalho realizado;  
Autor(es): Nome(s), Número(s) e Turma;  
Data de realização do trabalho.

*Páginas Seguintes*

**1. Sumário**  
Descrição muito sucinta do trabalho. Deve indicar os objectivos que se pretendem alcançar, o método seguido para os atingir, e os resultados obtidos. Não deve ocupar mais de meia página.

---


- 52 - 

**Relatórios**

---

**2. Breve Introdução Teórica**  
Desenvolvimento simples da teoria subjacente ao trabalho. Deve indicar as equações e os princípios físicos em que se baseia a experiência. Não é necessário deduzir as equações apresentadas desde que venham explicadas com detalhe suficiente, ou seja, têm que identificar todas as grandezas intervenientes na equação, bem como as unidades em que vêm expressas. Não deve ser simplesmente copiada de uma página da Internet ou do protocolo.

---

- 53 - 


**Relatórios**

---

**3. Método Experimental**  
Descrição detalhada do método seguido ao longo da experiência para a sua realização. Este capítulo pode dividir-se em várias secções:

*3.1 Esquema da montagem*  
Sempre que possível deve ser incluído um esquema da montagem utilizada, com uma legenda elucidativa. Este esquema deve indicar os aspectos essenciais da montagem, sem se perder em pormenores inúteis.

---

- 54 - 

**Relatórios**


---

**3.2 Material utilizado**  
Devem indicar todo o equipamento utilizado.

**3.3 Formulas utilizadas**  
Todas as fórmulas utilizadas devem vir aqui indicadas, com a respectiva legenda, excepto se já apareceram na introdução.

**3.4 Procedimento utilizado**  
Desenvolvimento detalhado de todos os passos efectuados pelos alunos durante a experiência.

---

- 55 - 


**Relatórios**

---

**4. Resultados Experimentais**

**4.1 Dados experimentais**  
Apresentação dos resultados obtidos directamente da experiência, sob a forma de tabelas e/ou gráficos, com os respectivos erros e unidades. No caso de um conjunto extenso de resultados (i.e. mais de uma página), as respectivas tabelas e/ou gráficos devem ser remetidas para o fim do relatório, em apêndices.

---

- 56 - 


**Relatórios**

---

**4.2 Cálculos efectuados**  
Aplicação das formulas indicadas em 3.3 (ou 2.) aos dados da experiência indicados na alínea anterior. Não é necessário apresentar os cálculos intermédios. Todos os resultados devem ser apresentados com as respectivas unidades (normalmente no S.I.).

**4.3 Cálculo do erro**  
Deve-se sempre calcular o erro dos resultados do trabalho.

---

- 57 - 

**Relatórios**


---

**4.4 Resultado final**  
Deve ser apresentado, com destaque, o resultado final da experiência, com o respectivo erro e unidades. Por exemplo:

Resultado Final = (Resultado ± Erro) S.I.

Caso seja uma grandeza comparável, e.g. uma constante universal, ou caso tenha medido a mesma grandeza por 2 métodos distintos, deverá apresentar esses valores lado a lado, de modo a facilitar a comparação.

---


- 58 - 

**Relatórios**

---

**5. Discussão e Conclusões**  
Esta é a parte mais importante de todo o relatório. E aqui que devem apresentar as vossas próprias conclusões acerca do trabalho realizado e dos objectivos, alcançados ou não, bem como a discussão do método; comentando as comparações com valores conhecidos (se for possível), discutindo métodos alternativos, apresentando sugestões para melhoria do trabalho, e respondendo a questões pertinentes que tenham surgido durante a experiência.

---

- 59 - 

**Relatórios**

---

**6. Bibliografia**  
Devem apresentar toda a bibliografia que consultaram. Não é aceitável utilizarem apenas os protocolos, nem muito menos apresentarem endereços genéricos da Internet, (e.g. [www.google.com](http://www.google.com) ou [www.sapo.pt](http://www.sapo.pt)). As referências devem ser apresentadas na forma:

[Referencia] Autor(es), Título da publicação, Editora, nº da edição, local e ano de publicação.  
[Referencia] <http://www.endereço.edu> – Título da página, data de consulta.

---

- 60 - 