

## ESTUDO DA LUZ POLARIZADA

### 1. Objectivo

Estudar experimentalmente luz monocromática colimada e polarizada linearmente, em particular a dependência da potência transmitida através de um analisador de polarização linear em função da sua orientação angular.

Estudar o efeito da transmissão de luz linearmente polarizada através de um meio birefringente (lâmina de quarto-de-comprimento de onda).

### 2. Luz Polarizada Linearmente

Uma fonte de luz é geralmente constituída por um grande número de emissores (atómicos, iónicos, moleculares, ...), com distribuição e orientação eventualmente aleatória. A emissão óptica resultante de transições de níveis energéticos internos dessas espécies será de fótons com energias não totalmente coincidentes, viajando em direcções provavelmente arbitrárias. Em casos mais simples, a emissão (de fótons, ou ondas ópticas) poderá ser mais “regular”, como no caso de muitos lasers. Nesses casos, a radiação emitida pode ser modelizada, com boa aproximação, como uma onda plana, monocromática, com os vectores campo eléctrico  $\vec{E}$  e campo magnético  $\vec{B}$  mutuamente ortogonais e transversais à direcção de propagação.

Mas mesmo nessa situação, a orientação transversal de  $\vec{E}$  (ou  $\vec{B}$ ) poderá variar ao longo do tempo, de forma aleatória. Contudo, a transmissão dessa radiação através de um polarizador linear gera uma onda **linearmente polarizada P** (ou seja, com o vector  $\vec{E}$  permanentemente orientado na direcção de polarização  $\theta_p$  desse polarizador).

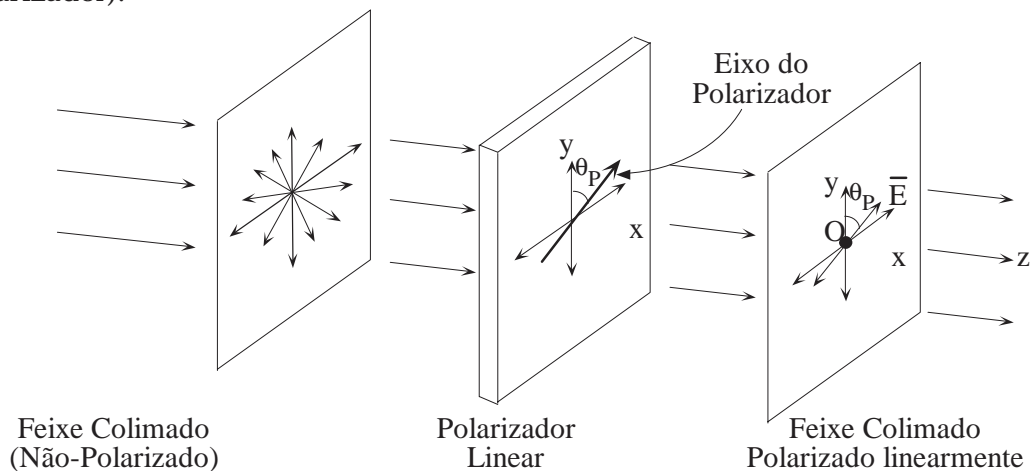


Figura 1

**S.1.3 Estudo da Luz Polarizada**

Assim, num dado ponto  $O$  e ao longo do tempo ( $\vec{E}(0,t)$ ), ou num dado instante  $t_0$  e ao longo de  $zz$  ( $\vec{E}(z,t_0)$ ), para uma onda monocromática de frequência  $\omega$  e de número de onda  $k$  ter-se-á:

$$\vec{E} = (\hat{i} E_{0x} + \hat{j} E_{0y}) \cos(kz - \omega t)$$

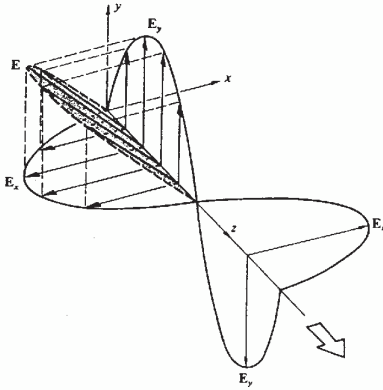


Figura 2

com:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} ; \quad \lambda: \text{comprimento de onda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} ; \quad T: \text{período}$$

Consideremos, agora, a transmissão de uma tal onda plana monocromática  $\vec{E}_p$  (produzida pelo polarizador orientado segundo  $\theta_p$ ) através de um analisador de polarização linear (trata-se de um elemento idêntico ao polarizador linear). Resulta, após o analisador, uma onda linearmente polarizada ( $\vec{E}_A$ ) segundo o eixo do analisador.

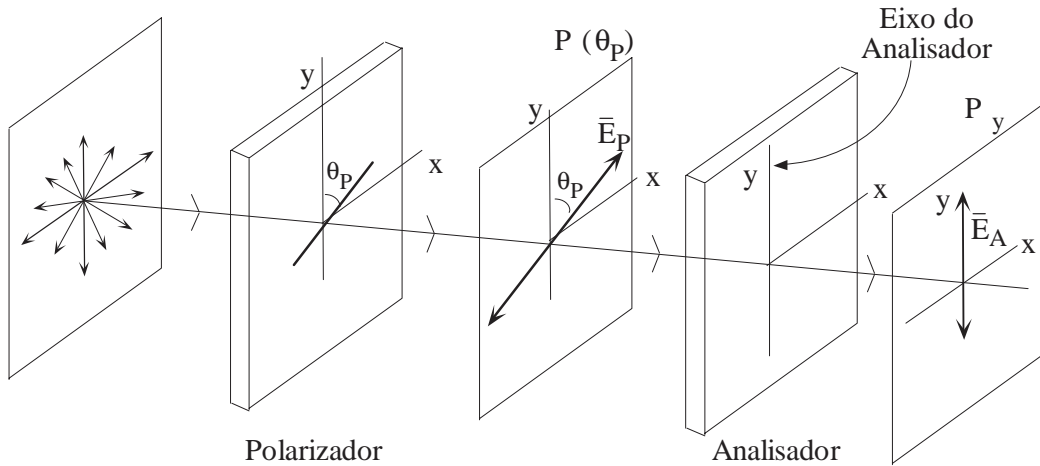


Figura 3

Assim,  $\vec{E}_A$  resulta da componente de  $\vec{E}_p$  segundo o eixo do analisador, ou seja:

$$E_A = E_p \cos \theta_p$$

Um detector de radiação mede a intensidade luminosa, proporcional a  $E_A^2$ . Logo, num detector à saída, após o analisador, ter-se-á uma potência óptica:

(lei de Malus)  $P(\theta) = P(0) \cos^2 \theta_p$

( $\theta_p$ : ângulo entre os eixos do analisador e do polarizador)

O elemento polarizador/analisador mais comum é o Polaroid (inventado por E.H. Land, em 1928). No essencial, trata-se de uma folha de plástico (álcool polivinílico), distendida numa direcção de modo a alinhar as longas moléculas do material, e impregnada de iodo que se liga às cadeias alongadas das moléculas poliméricas. Os electrões dos iões de iodo podem deslocar-se ao longo das cadeias moleculares (tal como num fio condutor). A componente do campo  $\vec{E}$  da onda óptica incidente paralela às moléculas executa trabalho sobre os electrões, e é absorvida. Assim, o eixo de transmissão do Polaroid é normal à orientação das moléculas.

### 3. Luz Polarizada Elipticamente

Considerando agora uma situação mais geral, em que as componentes transversais do vector campo eléctrico  $\vec{E}$ , da onda plana monocromática, têm geralmente amplitudes e fases diferentes, tem-se:

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon) \end{cases}$$

Trata-se de equações paramétricas no espaço-tempo ( $kz - \omega t$ ) para o ponto de coordenadas  $(E_x, E_y)$ . Tem-se que:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

com:

$$\begin{cases} \frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t) \\ \left[ 1 - \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right]^{1/2} = \sin(kz - \omega t) \end{cases}$$

Donde:

$$\left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left( \frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left( \frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

(equação de uma elipse)

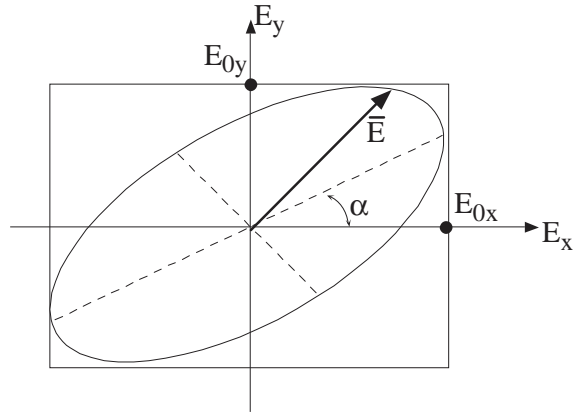


Figura 4

sendo a orientação dos eixos da elipse dada por:

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x} E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$

Trata-se de luz **elípticamente polarizada**.

Quando  $\varepsilon = \pm\pi/2, \pm 3\pi/2, \pm 5\pi/2, \dots$ , a elipse tem os eixos principais alinhados com os eixos coordenados. Quando, além disso,  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ , resulta:

$$E_y^2 + E_x^2 = E_0^2 \quad \text{(equação de uma circunferência)}$$

**polarização circular**

Quando  $\varepsilon = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ , vem:

$$E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad \text{(equação de uma recta)}$$

**polarização linear**

e ainda para  $\varepsilon = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ , vem:

$$E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad \text{polarização linear}$$

A figura esquematiza os estados de polarização descritos.

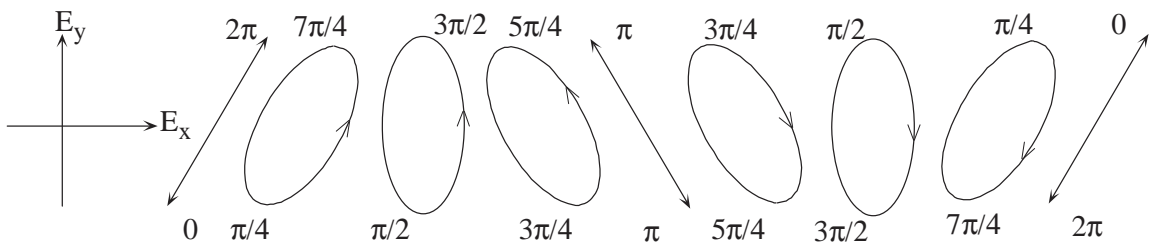


Figura 5

**4. Propagação em Meios Ópticos Anisotrópicos**

Em muitos materiais ópticos, as respectivas propriedades ópticas dependem da orientação da direcção de propagação (vector de onda  $\vec{k}$  relativamente ao eixo óptico do material), bem como da orientação da polarização do campo  $\vec{E}$ .

No caso mais simples de anisotropia (**meios uniaxiais**), e para incidência numa lâmina de faces paralelas segundo uma direcção normal ao eixo óptico, conforme a situação ilustrada na figura 6, verifica-se que há 2 estados de polarização linear que são transmitidos sem alteração da polarização:  $\vec{E}_z$  e  $\vec{E}_x$ .

Contudo, a velocidade de propagação, ou seja o índice de refração, é diferente para cada uma dessas polarizações:

$\vec{E}_z : n = n_e$ : **índice de refração extraordinário**

$\vec{E}_x : n = n_o$ : **índice de refração ordinário**

A diferença  $\Delta n = n_e - n_o$  chama-se **birrefringência linear** do material.

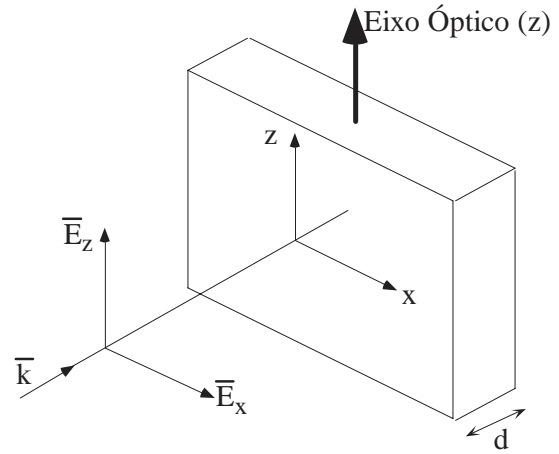


Figura 6

Resulta daqui, para uma espessura  $d$  da lâmina de material birrefringente, que haverá uma diferença de fase  $\Delta\phi$  à saída entre as duas polarizações:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d (|n_o - n_e|) ; \lambda_0: \text{comprimento de onda no vácuo}$$

Uma lâmina de meio comprimento de onda ( $\lambda/2$ ) introduz uma diferença de fase  $\Delta\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ , ou seja:

$$d(|n_o - n_e|) = (2m + 1) \lambda_0 / 2$$

Analisando a figura 5, verifica-se que, nestas condições:

- Para polarização linear incidente fazendo um ângulo  $\theta$  com o eixo óptico, ocorre uma rotação  $2\theta$ . Para  $\theta = 45^\circ$ , dá-se uma rotação de  $90^\circ$  da direcção de polarização.

### S.1.3 Estudo da Luz Polarizada

- Para polarização elíptica incidente, ocorre uma rotação dos eixos da elipse e uma inversão do sentido (direito, ou esquerdo) do movimento do vector  $\vec{E}$ .

Uma lâmina de quarto de comprimento de onda ( $\lambda/4$ ) introduz uma diferença de fase  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$  entre as componentes ortogonais  $o$  e  $e$  de uma onda, ou seja:

$$d(n_o - n_e) = (4m + 1) \frac{\lambda_0}{4}$$

Para polarização linear a  $45^\circ$  com o eixo óptico, resulta uma onda na saída polarizada circularmente, e vice-versa, conforme decorre da figura 5.

Note-se que, em qualquer caso (lâminas  $\lambda/2, \lambda/4$ ), a condição de desfasamento depende do comprimento de onda no vácuo ( $\lambda_0$ ), ou seja, o comportamento é o descrito apenas, em rigor, para um dado comprimento de onda.

Para a construção de lâminas de atraso de fase são tipicamente usados o quartzo ( $SiO_2$  cristalino:  $n_e = 1.5534, n_o = 1.5443$  para  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ ), a mica (moscovite:  $n_e = 1.599, n_o = 1.594$  para  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ ) e a calcite ( $n_e = 1.4864, n_o = 1.6584$  para  $\lambda_0 = 589 \text{ nm}$ ).

### 5. Combinação de Polarizadores Lineares e Lâminas de Atraso de Fase

- (i) A combinação do polarizador linear **P** orientado segundo um ângulo  $\alpha$  relativamente a eixos coordenados arbitrários com um analisador linear **A**, orientado segundo  $\theta$  nesses eixos, conduz a uma intensidade óptica de saída

$$P(\theta) = P_0 \cos^2(\theta - \alpha)$$

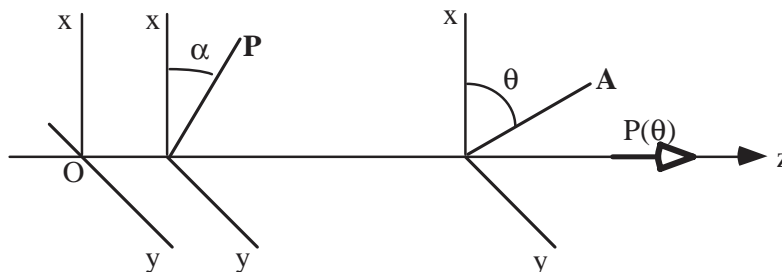


Figura 7

- (ii) Colocando uma lâmina  $\lambda/4$  após o polarizador linear **P** ( $\alpha$ ), será produzida luz polarizada circularmente quando o eixo óptico da lâmina **L** estiver rodado de  $45^\circ$  relativamente ao polarizador. Nessa situação, qualquer que seja a orientação do analisador linear **A** ( $\theta$ ), a potência de saída será constante.

**S.1.3 Estudo da Luz Polarizada**

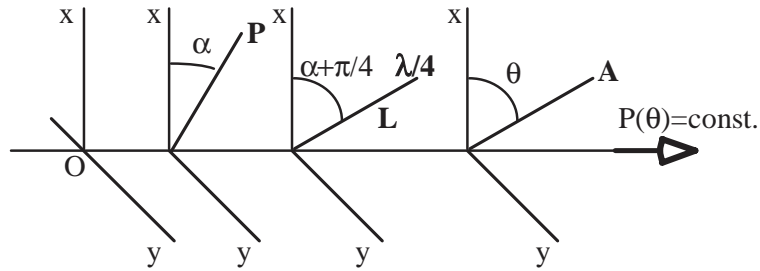


Figura 8

(iii) Quando a lâmina  $\lambda/4$  não tiver o seu eixo óptico a  $45^\circ$  relativamente ao polarizador **P**, mas estiver segundo um ângulo  $\beta$ , a potência de saída, após o analisador **A**, variará com a sua orientação ( $\theta$ ).

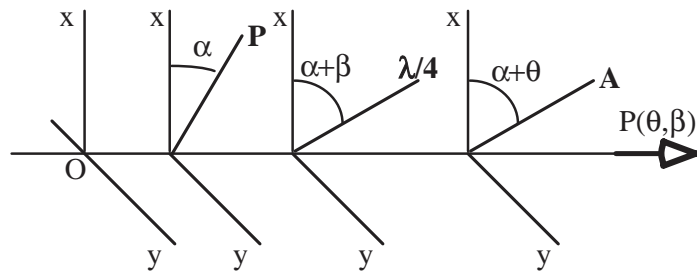


Figura 9

Atendendo à figura seguinte, tem-se

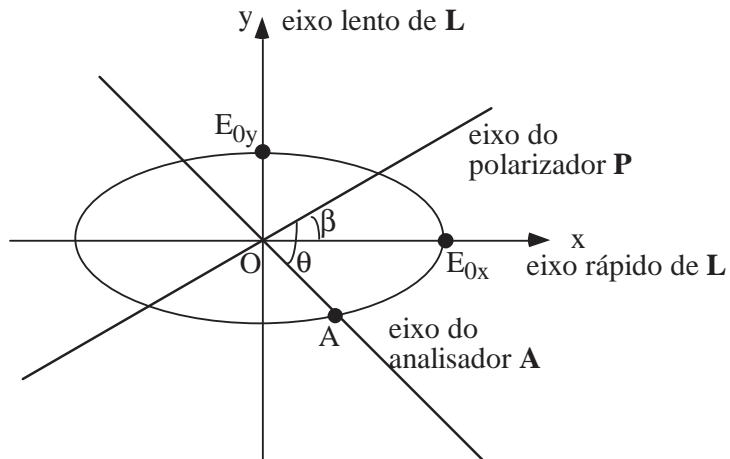


Figura 10

Campo sobre o eixo rápido:  $E_0 \cos \beta = E_{0x}$

Campo sobre o eixo lento:  $E_0 \sin \beta = E_{0y}$

Equação da elipse:

$$\left[ \frac{E_y}{E_{0y}} \right]^2 + \left[ \frac{E_x}{E_{0x}} \right]^2 - 2 \left[ \frac{E_x}{E_{0x}} \right] \left[ \frac{E_y}{E_{0y}} \right] \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

Para uma lâmina de  $\lambda/4$ :  $\varepsilon = \pi/2 \Rightarrow \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1$

Para uma dada posição do analisador, a potência detectada é proporcional à distância **OA**. O ponto **A** tem por coordenadas:

$$E_x = E_{0x} \cos(\theta - \beta) = E_0 \cos \beta \cos(\theta - \beta)$$

$$E_y = \sqrt{E_{0y}^2 \left[ 1 - \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} \right]} \Rightarrow E_y^2 = E_0^2 \sin^2 \beta [1 - \cos^2(\theta - \beta)]$$

$$\begin{aligned} P_{\text{detectado}} \propto E_A^2 = E_x^2 + E_y^2 &= E_0^2 \cos^2 \beta \cos^2(\theta - \beta) + E_0^2 \sin^2 \beta - E_0^2 \sin^2 \beta \cos^2(\theta - \beta) \\ &= P_0 [\cos^2(\theta - \beta) \cos 2\beta + \sin^2 \beta] \\ &= \frac{1}{2} P_0 [\cos^2 \theta + \cos^2(2\beta - \theta)] \end{aligned}$$

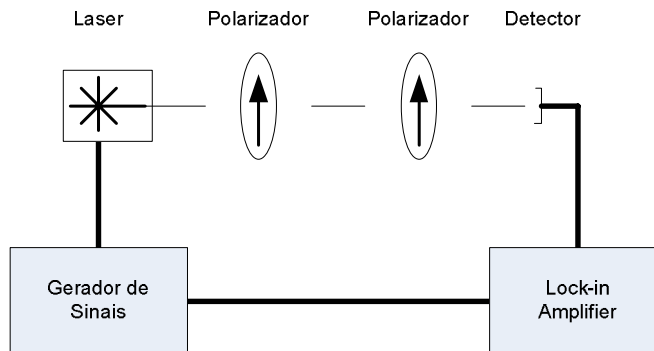
## 6. Referências

- [1] Hecht, *Óptica*, Fundação Calouste Gulbenkian
- [2] Guenther, *Modern Optics*, J. Wiley



### EXECUÇÃO DO TRABALHO

1. No banco óptico disponível, execute a montagem representada na figura



A fonte luminosa é um diodo laser semiconductor, modulado por um sinal proveniente de um gerador de sinais. O fotodetector produz um sinal elétrico que é lido com um "lock-in amplifier". O valor indicado por esse instrumento corresponde à componente do sinal que se encontra modulada à mesma frequência que o diodo laser. (Ou seja, o lock-in funciona como uma espécie de filtro que "lê" apenas o valor da tensão com uma determinada frequência). Este facto permite que se realize a experiência com a iluminação ligada, sem termos que nos preocupar com a luz ambiente que eventualmente incida no detector (porque essa não está modulada com a frequência certa). O valor lido no lock-in é proporcional à potência óptica  $P$  incidente no fotodetector. A lâmina retardadora de  $\lambda/4$  de comprimento de onda só deve ser colocada na segunda parte da experiência.

2. Use a montagem indicada sem a lâmina retardadora de  $\lambda/4$  (ou seja, ao analisador chega polarização linear num ângulo  $\alpha$ ). Rode o analisador e registre os valores do sinal de saída em função do ângulo do analisador,  $P(\theta)$ .
3. Faça o gráfico respectivo, e compare-o com a função  $P(\theta) = P_0 \cos^2(\theta - \alpha)$ , com  $\alpha$  constante, e estime o valor de  $\alpha$ . Poderá ainda fazer a representação gráfica  $[\arccos \sqrt{P(\theta)/P_0}, \theta]$  e, do ajuste aos pontos experimentais, retirar o valor de  $\alpha$  e controlar a qualidade dos resultados da medição.

[Nota: Não possuímos uma lâmina de  $\lambda/4$  para o comprimento de onda do laser que vai utilizar, pelo que não irá obter bons resultados nestes pontos do protocolo]

4. Introduza a lâmina de  $\lambda/4$  na montagem. Oriente a lâmina ( $\beta$ ) de modo que a polarização seja circular. Nesse caso, o valor lido no fotodetector+voltímetro deve ser independente da rotação  $\theta$  do analisador. O valor de  $\beta$  será, neste caso,  $45^\circ$ .

### S.1.3 Estudo da Luz Polarizada

---

5. Rode a lâmina de  $\lambda/4$  de mais  $20^\circ$ , de forma a obter-se  $\beta = 65^\circ$ . Determine a curva experimental  $P(\theta, \beta)$ , variando o ângulo  $\theta$  do analisador.

6. Compare os valores experimentais obtidos no ponto 5 com as previsões teóricas, ou seja

$$P(\theta, \beta) = \frac{1}{2} P_0 [\cos^2 \theta + \cos^2 (2\beta - \theta)]$$

7. Determine a orientação dos eixos da elipse de polarização, identificando os ângulos  $\theta_M, \theta_m$  do analisador para os quais a saída é máxima e mínima.

8. Coloque os dois polarizadores cruzados, e introduza no meio deles um terceiro polarizador. Rode esse 3º polarizador e registre os valores do sinal de saída em função do ângulo de rotação,  $P(\theta)$ .

9. Faça o gráfico respectivo, e compare-o com a função  $P(\theta) = P_0 \cos^2(\theta) \cos^2(90^\circ - \theta)$ .

10. Utilizando apenas um polarizador meça a potência máxima e mínima que obtem. Calcule o grau de polarização do laser.

**Extra.** Determine a atenuação das lâminas de plástico, sem nenhum polarizador no sistema. Depois de determinar a curva da potência em função do número de placas, meça a espessura de uma das placas, para obter o coeficiente de atenuação.