

MEDIÇÃO DO COMPRIMENTO DE ONDA DA RADIAÇÃO DE UM LASER POR INTERFERÊNCIA ÓPTICA COM O BIPRISMA DE *FRESNEL*

1. Objectivo

Estudo da interferência óptica. Medição do comprimento de onda da radiação de um laser de He-Ne utilizando o biprisma de *Fresnel*.

2. Introdução

Os padrões de cores que recobrem as manchas de óleo em pavimentos de asfalto molhados constituem uma manifestação comum dos fenómenos de interferência. À escala macroscópica, este fenómeno de interferência ocorre frequentemente; basta lembrarmo-nos, por exemplo, do que acontece com ondas (superficiais) em tanques de água. É conhecido quão complexos podem ser os padrões que se geram quando as ondas se sobrepõem. Em certas regiões espaciais onde ocorre sobreposição entre duas (ou mais) ondas, pode até resultar na aniquilação mútua, total ou parcial, das ondas interferentes; o padrão da perturbação surge com vales e cristas bem definidos. Quando as ondas propagantes emergem da região espacial onde se sobrepõem, nada resta da situação de interferência em que participaram.

Os fenómenos de interferência óptica não são explicáveis no quadro de um modelo corpuscular da propagação luminosa. A teoria ondulatória, que descreve a propagação da luz como sendo de natureza ondulatória electromagnética, constitui o ponto de partida natural para a análise destes fenómenos. As perturbações ópticas (funções do espaço e do tempo) são soluções de uma equação diferencial de segunda ordem, linear e homogénea, a qual decorre das equações de Maxwell (para os casos mais simples de meios ópticos). As soluções desta equação diferencial, a **equação de onda**, satisfazem portanto o **princípio da sobreposição**, segundo o qual o **campo electromagnético total**, em qualquer ponto do espaço em que duas ou mais ondas se sobrepõem, é igual à **soma vectorial dos campos electromagnéticos das ondas intervenientes**. A interferência óptica consiste, pois, na interacção entre duas ou mais ondas luminosas, com geração de um padrão em que a irradiância total difere da simples soma das irradiâncias individuais.

Os fenómenos de interferência podem ser estudados (e usados em certas aplicações), de uma forma controlada, utilizando-se dispositivos designados genericamente por interferómetros. Estes podem dividir-se em duas grandes classes: *interferómetros de*

S.1.4 Espelho duplo de Fresnel

divisão da frente de onda e interferómetros de divisão de amplitude. No primeiro caso, de que é exemplo o sistema baseado no espelho duplo de Fresnel (do físico francês Augustin Jean Fresnel, 1788-1827) que será estudado neste trabalho, partes espacialmente distintas da frente de onda primária permitem gerar ondas secundárias, quer directamente, quer com o auxílio de sistemas ópticos adicionais; estas ondas secundárias são feitas interferir posteriormente. Nos interferómetros de divisão de amplitude (de que o interferómetro de Michelson é exemplo), a onda primária dá origem, por simples divisão da respectiva potência propagante, a duas ondas com a mesma estrutura, que se propagam ao longo de trajectórias distintas e que, uma vez sobrepostas, interferem.

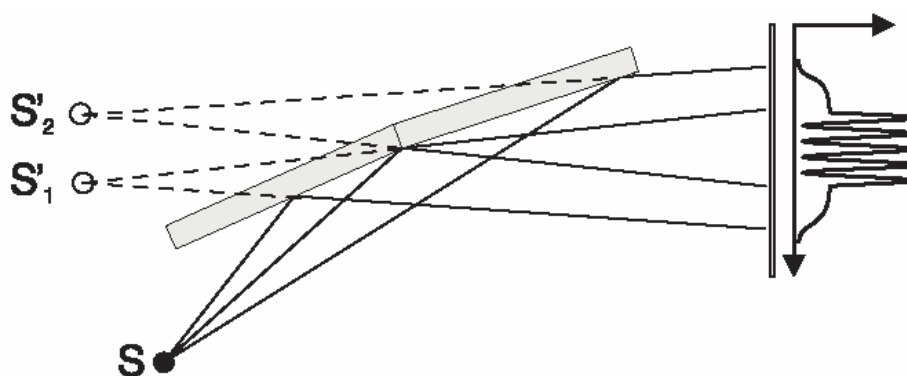


Figura 1. Interferência com o espelho duplo de *Fresnel*.

O interferómetro associado ao espelho duplo de *Fresnel* é ilustrado na Figura 1. O espelho duplo de *Fresnel* é constituído por dois espelhos planos, que fazem entre eles um ângulo α pequeno. A frente de onda proveniente da fonte pontual S incide em ambos os espelhos. Uma parte dessa frente de onda é reflectida por um dos espelhos, e a outra pelo outro espelho. Na região de sobreposição entre as duas ondas secundárias ocorre interferência. Tudo se passa, na realidade, como se as duas ondas fossem provenientes de duas fontes (virtuais) distintas, S_1 e S_2 , separadas pela distância a . Como se verá na secção seguinte, a análise do interferograma e a determinação de a a partir da geometria do interferómetro (para o que será necessário aplicar-se relações simples da Óptica Geométrica) permitirão determinar o comprimento de onda da fonte óptica.

Assim, são objectivos importantes deste trabalho a familiarização com fenómenos de interferência (utilizando um interferómetro de divisão de frente de onda - espelho duplo de *Fresnel*), a utilização de leis da Óptica Geométrica, e a sua conjugação na determinação do comprimento de onda da luz emitida por um laser de He-Ne.

3. Considerações gerais

Considere-se, por simplicidade, duas ondas planas monocromáticas \vec{E}_1 , \vec{E}_2 :

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_1)$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \varepsilon_2)$$

e a sua sobreposição $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t)$. Dado que, para ondas ópticas, a frequência é da ordem dos $\omega/2\pi \sim 5 \times 10^{14}$ Hz, os detectores apenas medem o valor médio temporal ($\langle \rangle$) da intensidade, que é proporcional a

$$I(\vec{r}) = \langle \vec{E}^2 \rangle$$

com $\vec{E}^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}$. Assim, resulta que:

$$\begin{aligned} I(\vec{r}) &= \langle \vec{E}_1^2 \rangle + \langle \vec{E}_2^2 \rangle + 2\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \rangle \\ &= \left(\frac{E_{01}^2}{2} \right) + \left(\frac{E_{02}^2}{2} \right) + \frac{1}{2} \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varepsilon_1 - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \varepsilon_2) \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi \end{aligned}$$

sendo: $I_{1,2}$: intensidades das ondas individuais no ponto considerado (\vec{r})

$\phi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$: diferença de fase, no ponto considerado (\vec{r}), entre as duas ondas.

Assim, num ponto de observação (\vec{r}), a intensidade I dependerá da diferença de fase ϕ , variando entre extremos

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (\text{interferência construtiva})$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (\text{interferência destrutiva})$$

A intensidade $I(\vec{r})$ pode ainda ser escrita como

$$I(\vec{r}) = I_0 [1 + V \cos \phi]$$

em que V é a visibilidade.

Considerando ondas esféricas

$$\bar{E}_1(r_1, t) = \bar{E}_{01}(r_1) \exp[i(k r_1 - \omega t + \varepsilon_1)]$$

$$\bar{E}_2(r_2, t) = \bar{E}_{02}(r_2) \exp[i(k r_2 - \omega t + \varepsilon_2)]$$

(cujas amplitudes variam com a distância segundo $1/r$), resulta ainda que $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\phi$ sendo agora

$$\phi = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

Para que se observe um bom padrão de interferência é necessário que:

- a frequência ω das ondas seja igual;
- a diferença de fase $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ permaneça constante no tempo (o que se consegue, geralmente, usando uma única fonte primária para obter as duas ondas interferentes);
- a razão das intensidades individuais I_1/I_2 seja próxima de um;
- no produto escalar dos vectores amplitude $\bar{E}_{01} \cdot \bar{E}_{02} = E_{01} E_{02} \cos \alpha_{12}$, seja α_{12} próximo de zero (α_{12} : ângulo relativo das polarizações).

4. Análise do interferómetro

A Figura 2 esquematiza o princípio de funcionamento do interferómetro baseado no Espelho duplo de *Fresnel* (repare que a configuração é semelhante à das fendas de *Young*). Assume-se que a fonte *S* é pontual e que o ângulo entre os espelhos é pequeno ($\alpha \cdot 1$ a 2°). A figura sugere que seja equivalente, do ponto de vista do plano de observação, afirmar-se que existem duas fontes pontuais (virtuais) S_1 e S_2 , separadas de a e distantes s do plano de observação, propagando-se livremente até ao plano de observação.

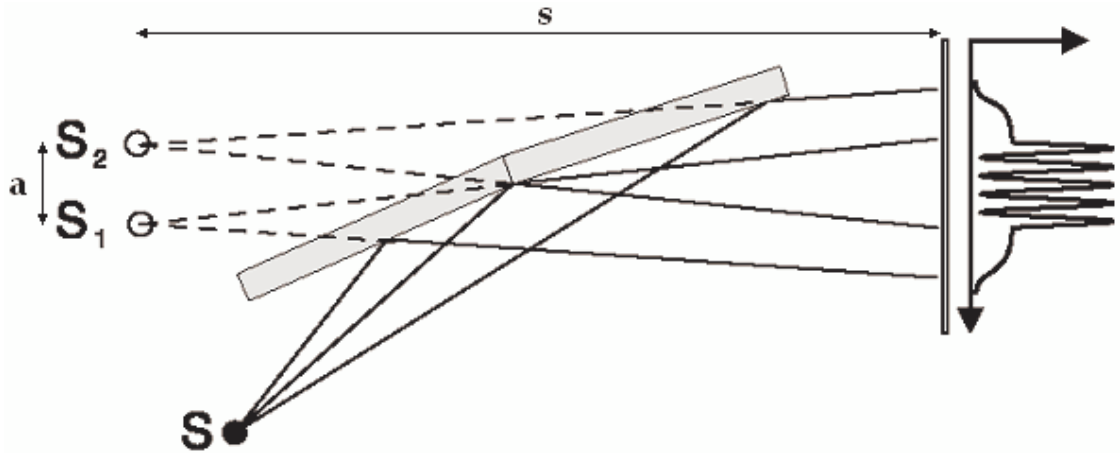


Figura 2: Esquema do interferômetro baseado no espelho duplo de Fresnel.

A interferência das duas ondas origina num ponto P do plano de observação uma intensidade luminosa I_p , a qual é dada por

$$I_p = I_{p_0} [1 + V \cos \phi] \quad (1)$$

onde I_{p_0} é a intensidade média no plano de observação, V é um parâmetro designado por visibilidade das franjas de interferência (que depende da intensidade e estado de polarização relativos das duas ondas que interferem, assim como das propriedades de coerência da fonte óptica; $0 \leq V \leq 1$), e ϕ é a diferença de fase óptica das duas ondas, a qual é dada por

$$\phi = \frac{2\pi n}{\lambda} |r_1 - r_2| \quad (2)$$

onde n é o índice de refração do meio onde se encontra espelho duplo (neste caso o ar, donde $n \approx 1$), λ é o comprimento de onda no vácuo das ondas que interferem e $|r_1 - r_2|$ é a diferença entre os comprimentos dos percursos das duas ondas de S a P , representada na figura seguinte.

Se $s \gg a$, vem que:

$$\begin{aligned} S_1P &= r_1 \\ S_2P &= r_2 \\ S_2A &\approx |r_1 - r_2| \approx a \theta \approx a \frac{y}{s} \end{aligned}$$

Donde:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} n |r_1 - r_2| \approx \frac{2\pi}{\lambda} n \frac{a}{s} y$$

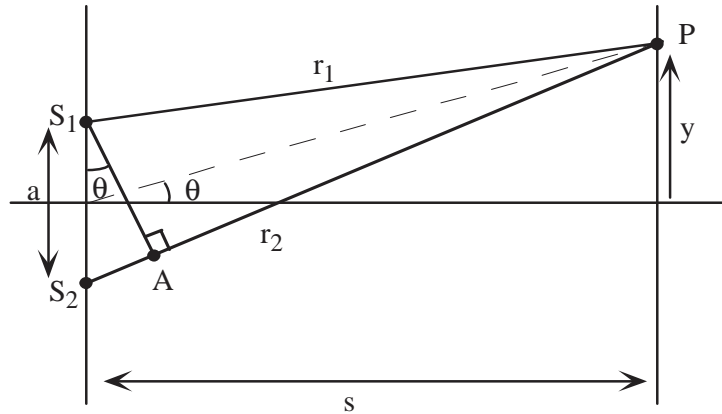


Figura 3: Geometria do interferômetro

A franja central no alvo corresponde a $y = 0$, fixando-se desta forma a origem do eixo y . Pela geometria do sistema, as franjas são linhas rectas perpendiculares ao eixo dos y , regularmente espaçadas.

Da equação anterior constata-se que a distância δy , de uma franja brilhante à franja brilhante adjacente, corresponde a uma variação de fase $\delta\phi = 2\pi$, obtendo-se assim (para $n = 1$)

$$\lambda = \frac{a}{s} \delta y \quad (3)$$

É esta relação que permite determinar o comprimento de onda da radiação emitida pela fonte S . O período das franjas δy pode ser medido directamente, o mesmo não acontecendo com a e s (em princípio, o parâmetro s também poderia ser medido directamente; no entanto, na realização prática, a fonte S da Figura 2 é obtida através da focagem, por uma lente convergente, da radiação colimada emitida por um laser de He-Ne, não sendo assim a sua localização determinável directamente com grande precisão).

É, pois, necessário re-arranjar o sistema óptico por forma a obter-se informação que permita determinar a e s . Uma solução passa por colocar-se uma lente convergente entre o espelho duplo e o plano de observação, a qual irá formar neste plano as imagens reais das fontes virtuais S_1 e S_2 . Esta configuração é ilustrada na Figura 4.

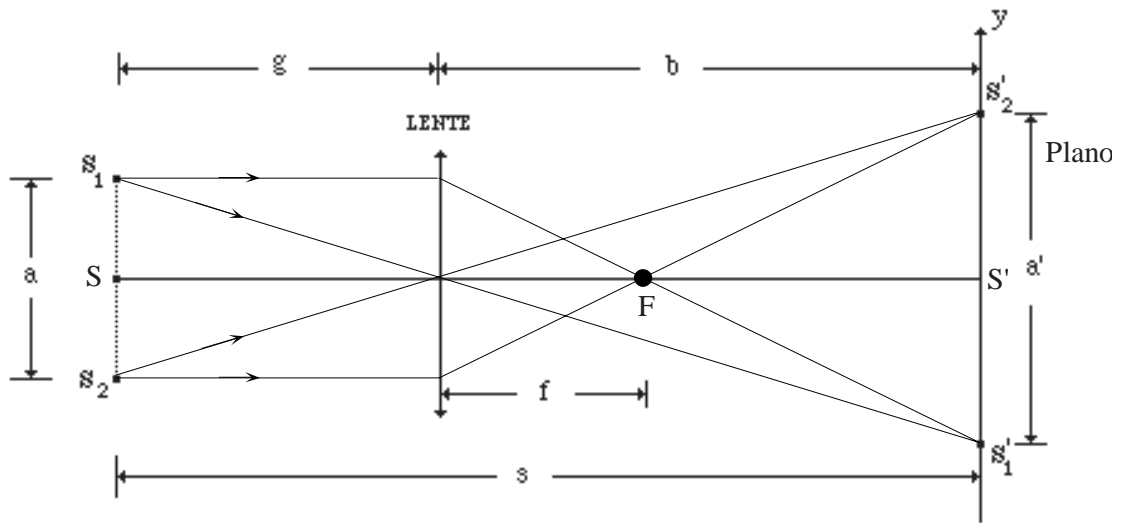


Figura 4. Formação das imagens reais S_1' e S_2' .

A partir das relações seguintes da Óptica Geométrica

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \text{(equação de conjugação objecto-imagem da lente de distância focal } f)$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{b}{g} \quad \text{(relação entre a ampliação lateral e a razão das distâncias conjugadas)}$$

obtém-se as relações que permitem determinar a e s (notar que $s = g + b$):

$$\boxed{\begin{aligned} a &= \left[\frac{f}{b-f} \right] a' \\ s &= \frac{f}{a a'} [a + a']^2 \end{aligned}} \quad (5)$$

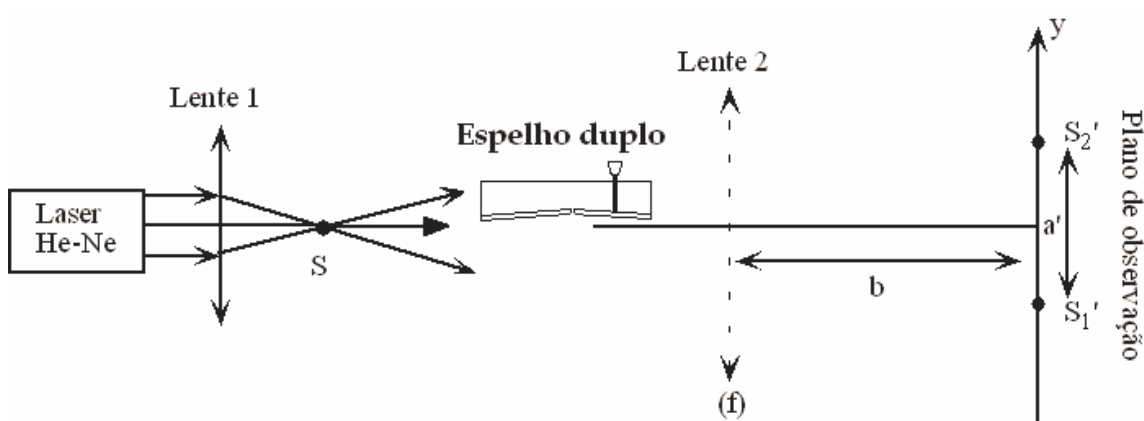
Assim, conhecendo f e medindo b e a' , determina-se a , e daí o valor de s .

5. Referências

- [1] Hecht E., *Óptica*, Fundação Calouste Gulbenkian, cap. 9 e 12 (1991)

EXECUÇÃO DO TRABALHO

1. Implemente a montagem indicada na figura. As lentes convergentes 1 e 2 têm distâncias focais de 5 mm e 100 mm, respectivamente (a lente 2 está indicada a tracejado, pois só é colocada na segunda parte da experiência). A fonte óptica é um laser de He-Ne, emitindo radiação quase-monocromática e colimada no vermelho.



Esquema da montagem experimental.

2. Ajuste o sistema óptico (sem a lente 2) de forma a obter, no plano de observação, franjas de interferência (consulte o anexo A deste protocolo para mais informações sobre o alinhamento);
3. Meça a distância D entre N franjas brilhantes (um valor razoável para N poderá situar-se entre 10 e 20), considerando franjas em torno do centro do padrão de interferência. Determine o período das franjas, δ , a partir da relação

$$\delta = \frac{D}{N-1}$$

4. Introduza no sistema a lente 2 (entre o espelho duplo e o plano de observação), e ajuste a sua posição de forma a ter-se, nesse plano, imagens bem nítidas das fontes virtuais. Determine a distância entre a lente e o plano de observação (b) e a distância, no plano de observação, entre as imagens da fonte S (a');
5. A partir das medidas efectuadas, calcule o valor experimental λ_{exp} para o comprimento de onda da radiação emitida pelo laser de He-Ne:

$$\lambda = \frac{a}{s} \delta$$

S.1.4 Espelho duplo de Fresnel

com:

$$a = \left[\frac{f}{b-f} \right] a'$$

$$s = \frac{f}{ad'} [a + a']^2$$

6. Compare este resultado com o valor conhecido ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$). Utilizando os seus conhecimentos de análise de erros, determine o erro com que se obteve λ_{exp} . Avalie a consistência dos resultados;
7. Se tiver tempo, e material disponível, repita a experiência com uma fonte de luz branca (utilize o anexo B para obter mais informações).