ÓPTICA XI

CAP. 8 – POLARIZAÇÃO

Vamos agora considerar a natureza vectorial da luz, ou seja, vamos considerar o papel do <u>vector</u> campo eléctrico.

Sublinhei vector pois essa é a principal diferença. Até agora representamos E, agora vamos ver a importância de ser $\vec{E}$.

Para começar, o caso mais simples: Polarização linear. Neste caso a direcção segundo a qual o campo eléctrico varia é sempre a mesma (embora a amplitude e a direcção se alterem).

Por exemplo $\vec{E} = \vec{E_0}\, \hat{\imath} \cos(\cancel{\omega t}\, kx - \omega t)$

está polarizada segundo $\hat{\imath}$.

Habitualmente fala-se no <u>Plano de Polarização</u>

definido pelo vector $\vec{E}$ e pelo vector $\vec{K}$.

Imaginemos agora um caso mais geral:

$$\vec{E}_x = E_{0x}\,\hat{i}\cos(Kz-\omega t)$$

e $$\vec{E}_y = E_{0y}\,\hat{j}\cos(Kz-\omega t+\varepsilon)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

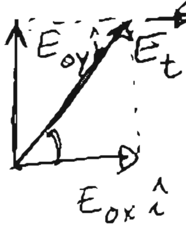
(Se $\varepsilon=0$ então ~~estão~~ em fase; Se $\varepsilon>0$ E_y está atrasado)

Vejamos agora várias situações:

a) $\varepsilon = \pm 2\pi n$

~~então~~ então $\vec{E}_t = (E_{0x}\hat{i} + E_{0y}\hat{j})\cos(Kz-\omega t)$

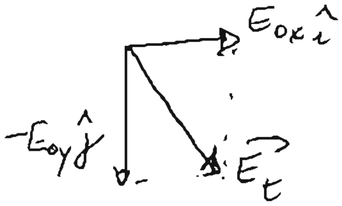
Ou seja o resultado é ~~linear~~ polarizado linearmente. O ângulo (plano de polarização) depende das grandezas relativas de E_{0x} e E_{0y}



Polarização linear (P)

b) $\varepsilon = \pm(2n+1)\pi$

$$\vec{E_t} = (E_{0x}\hat{i} - E_{0y}\hat{j})\cos(kz-\omega t)$$



continua a ser linear.

c) $\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \pm 2\pi n$ e $E_{0x} = E_{0y}$

Neste caso: $\vec{E_x} = E_{0x}\hat{i}\cos(kz-\omega t)$

$$\vec{E_y} = E_{0x}\hat{j}\cos\left(kz-\omega t+\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\vec{E_y} = E_{0x}\hat{j}\,\mathrm{sen}(kz-\omega t)$$

8.3

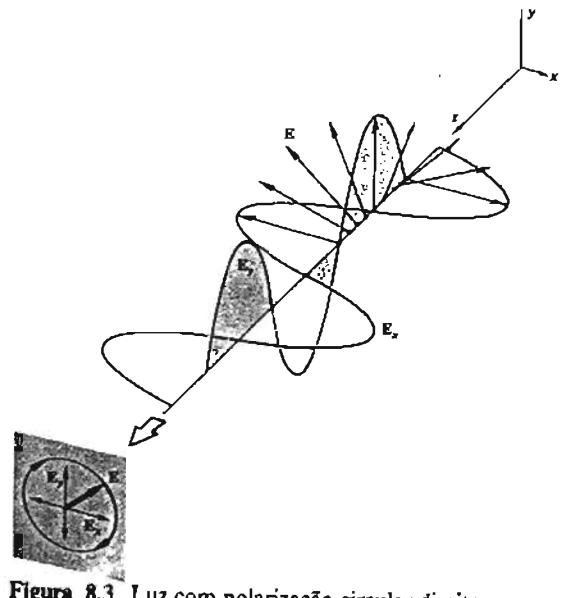


Figura 8.3 Luz com polarização circular direita.

Ou seja qdo $\hat{x}$ é máximo $\hat{j}$ é zero;

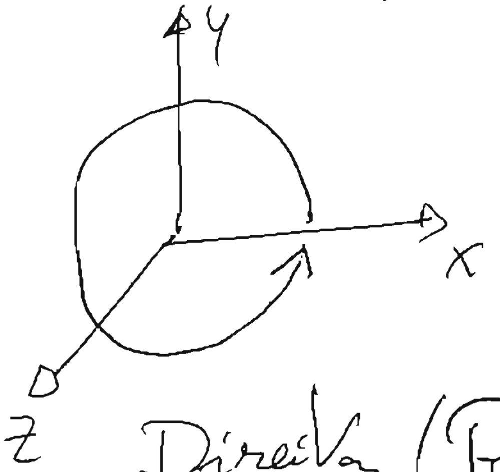
Quando $\hat{i}$ é zero, $\hat{j}$ é máximo;

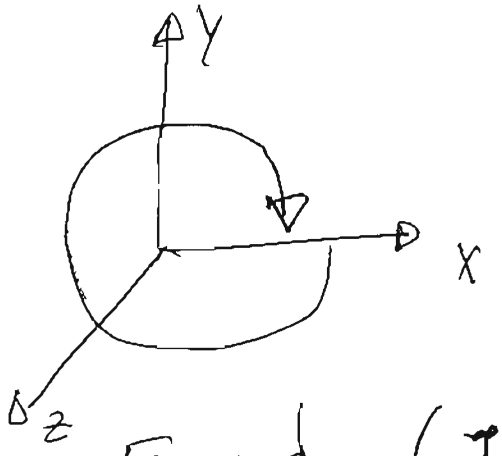
e por aí fora.

É um círculo! Polarização Circular

Ou seja a polarização vai rodando! Não há 1 plano de polarização.

Naturalmente poderemos ter 2 casos:





<u>Direita</u> ($\mathcal{R}$) $\quad$ <u>Esquerda</u> ($\mathcal{L}$)

$\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \pm 2\pi n \qquad \varepsilon = +\frac{\pi}{2} \pm 2\pi n$

Notem que se somarem 2 polarizações circulares com a mesma amplitude e sentidos opostos, obtém-se uma onda com polarização linear.

d) Vejamos agora o caso mais geral, e que engloba os anteriores: a <u>Polarização Elíptica</u> ($\mathcal{E}$)

Ou seja, é o caso em que o vetor campo eléctrico roda, como na polarização circular, mas em que a sua amplitude também varia.

Pode-se demonstrar que se os campos são escritos (tal como até aqui):

8.6

$$\vec{E}_x = E_{0x}\,\hat{\imath}\cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}_y = E_{0y}\,\hat{\jmath}\cos(kz - \omega t + \varepsilon)$$

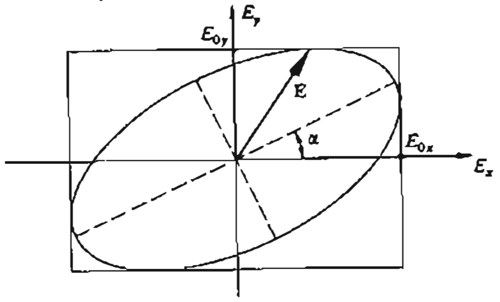
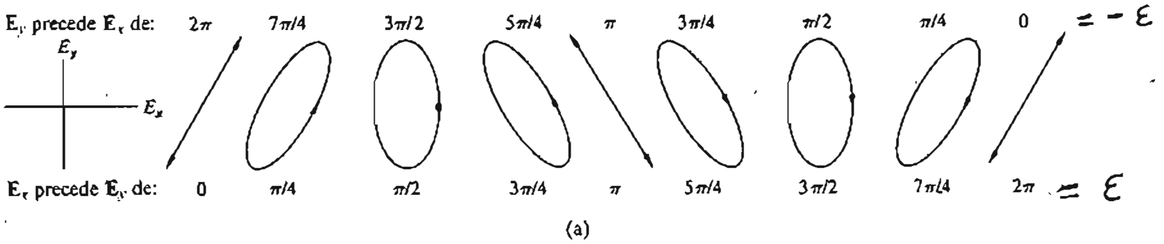


Figura 8.6 Luz com polarização elíptica.

Então vemos que $\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$

Vejamos agora um gráfico que ilustra os diferentes casos que podemos ver, e que demonstra que este caso "incorpora" todos os anteriores:

8.7:



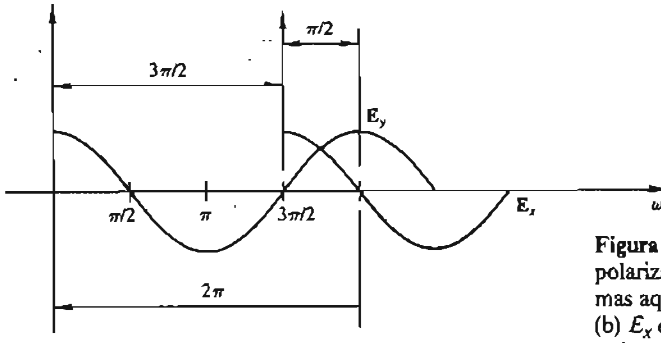


Figura 8.7 (a) Vários tipos de polarização. A luz tem polarização circular com $\varepsilon = \pi/2$ ou $3\pi/2$ se $E_{0x} = E_{0y}$, mas aqui tomou-se, para maior generalidade, $E_{0y} > E_{0x}$. (b) E_x está avançado relativamente a E_y (ou E_y está atrasado em relação a E_x) de $\pi/2$ ou, de outro modo, E_y está avançado face a E_x (ou E_x está atrasado face a E_y) de $3\pi/2$.

Notem que a polarização elíptica pode ser considerada como a resultante da soma de 2 polarizações R e L com amplitudes diferentes.

8.8.

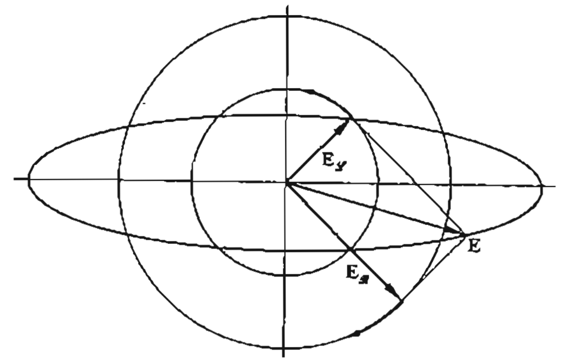


Figura 8.8 Luz com polarização elíptica pode-se considerar como resultado da sobreposição de um estado ℛ e de outro estado ℒ

e) Finalmente o último caso, o caso em que a polarização da luz <u>varia aleatoriamente</u>, nesse caso diz-se que a luz é <u>Não polarizada</u>, tal como é o caso na <u>luz natural</u> (do Sol, por exemplo).

Uma situação ~~outra~~ situação que pode acontecer é uma mistura destas duas: temos uma onda <u>parcialmente polarizada</u> (nem é totalmente polarizada, nem é totalmente não polarizada).

Vejamos agora alguns dispositivos que "utilizam" esta característica.

– Polarizadores

Um polarizador é um dispositivo que converte luz natural em luz com um certo estado de polarização.

Podem ser polarizadores lineares, circulares ou elípticos.

Antes de falarmos como é que eles funcionam, vamos começar por falar um pouco da sua utilidade:

Imaginemos que temos um polarizador linear, com um eixo de transmissão conhecido (esta é a direcção da polarização da luz à saída do polarizador).

Se agora colocarmos um segundo polarizador, idêntico ao anterior, e ao qual vamos chamar de analisador, orientado segundo um ângulo θ em relação ao primeiro, então apenas a componente $E_0 \cdot \cos\theta$ conseguirá atravessar esse 2º polarizador (E_0 é a amplitude após o 1º isolador).

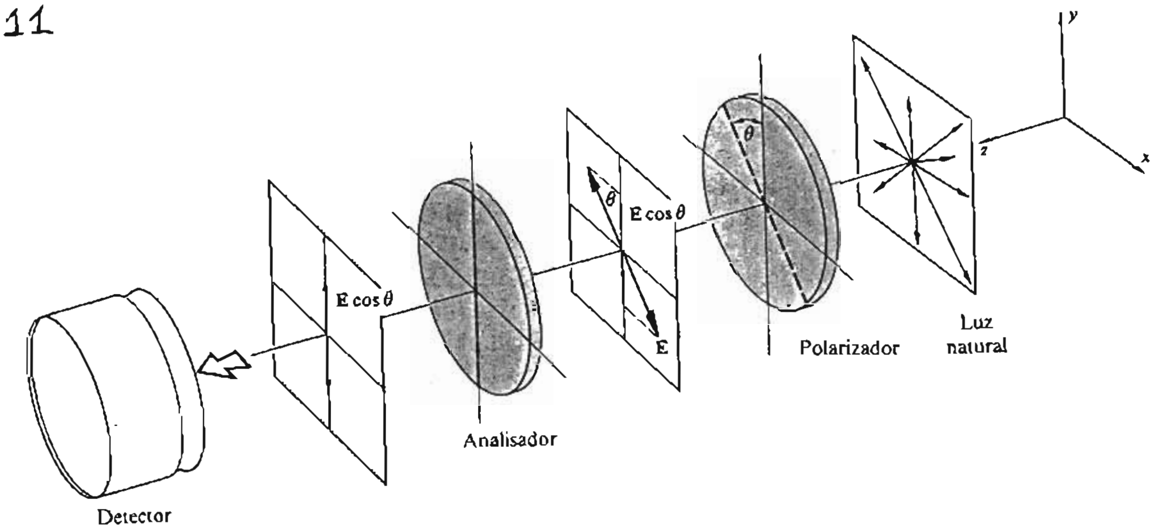


Figura 8.11 Polarizador e analisador lineares — lei de Malus.

Assim a irradiância será:

$$I(\theta) = I_0 \cos^2\theta$$

Em que I_0 é a irradiância depois do 1º polarizador.
Esta é a lei de Malus

Note-se que p/ $\theta = 90°$ → $I(90°) = 0°$. Nesta situação os polarizadores dizem-se cruzados.

Note-se que se tratam de polarizadores lineares.

• Falemos então agora sobre as diferentes maneiras de ~~[illegible]~~ criar polarizadores.

Existem essencialmente 4 métodos:

Dicroísmo (ou absorção selectiva), Reflexão, Dispersão e Birrefringência.

- Dicroísmo: Resulta da absorção selectiva que alguns materiais exibem. (por exemplo alguns cristais). Ou seja, esses materiais absorvem mais a luz que tem um tipo de polarização do que outra luz com outra polarização.

Chama-se eixo óptico ao eixo segundo o qual a luz não é atenuada, ou pelo menos não é fortemente atenuada.

A luz que incide c/ uma polarização ortogonal ao eixo óptico será muito fortemente atenuada.

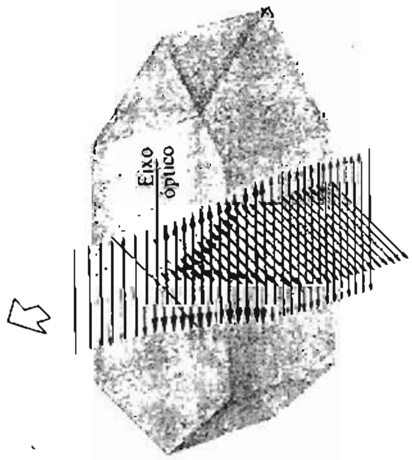


Figura 8.13 Cristal dicróico. As estrias naturais visíveis na fotografia dos cristais de turmalina estão orientadas segundo o eixo óptico. (Fotografia de E. H.)

Este facto faz com que o cristal apresente 2 cores diferentes quando olhado em posições diferentes. Daí o nome Dicroíco (Duas cores)

Este fenomeno, normalmente, depende fortemente do comprimento de onda.

Um exemplo de materiais que funcionam assim são os "POLAROÍDES", que dão nome à marca que os descobriu e começou a comercializar.

- <u>Birrefringência</u>: Resulta do facto de muitos materiais serem ópticamente anisotrópicos, no sentido em que apresentam índices de refracção diferentes, para polarizações diferentes.

Daqui resulta que quando olhamos através de um destes materiais para um objecto (texto), vamos observar duas imagens distintas, uma para ~~cada~~ cada polarização.

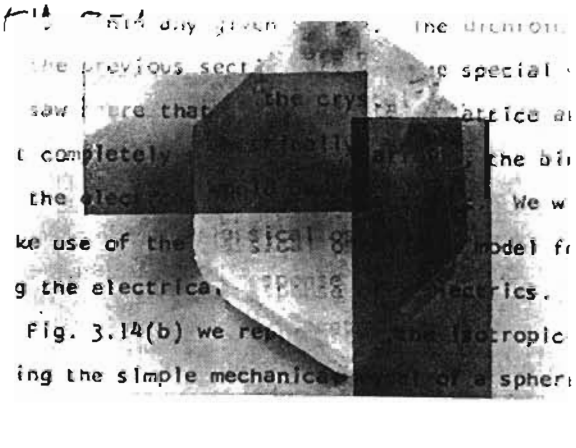


Figura 8.21 Cristal de calcite (vértice cego em baixo). Os eixos de transmissão dos dois polarizadores são paralelos às arestas mais curtas. Quando a imagem é dupla, a imagem ordinária é a de baixo, não deflectida. Esta fotografia contém muita informação e por isso merece ser cuidadosamente analisada. (Fotografia de E. H.)

Se rodarmos o cristal, uma das imagens não se desloca, [raios ordinários (o)] ao passo que a outra imagem se vai deslocar [raios extraordinários (e)]

Os raios ordinários correspondem aos campos $\vec{E}$ perpendiculares ao eixo óptico e que "vêem" um índice n_o

Os raios extraordinários correspondem aos campos $\vec{E}$ paralelos ao eixo óptico, e "vêem" um índice n_e

De notar que nestes meios dá-se um fenómeno interessante e que é o seguinte:

Apesar de a luz incidir normalmente ($\theta_1 = 0^\circ$) no meio, ela é desviada!

A questão é esta, qual é o n_2? ($n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$)

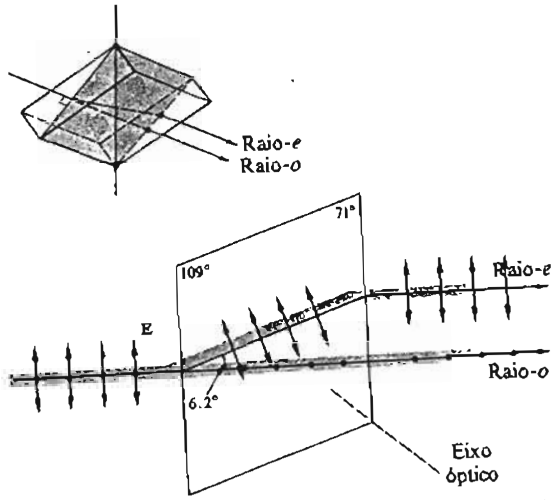


Figura 8.22 Feixe luminoso cujo campo se decompõe em duas componentes perpendiculares a atravessar uma secção principal da calcite.

Depende da direcção! logo não se pode aplicar esta fórmula assim!

Repara: Para luz polarizada ortogonalmente ao eixo óptico

Para luz polarizada ~~paralelamente~~ no plano que contém o eixo óptico

8.23

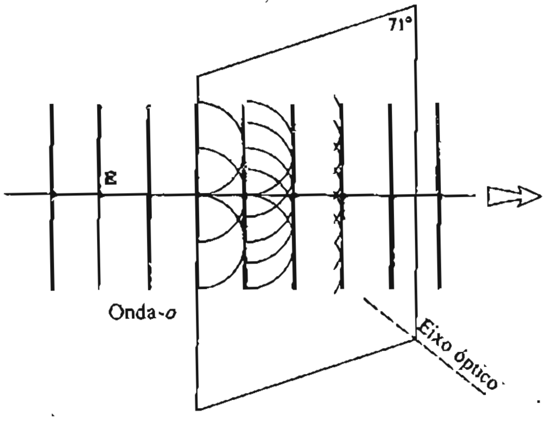


Figura 8.23 Onda plana incidente polarizada perpendicularmente à secção principal.

8.24

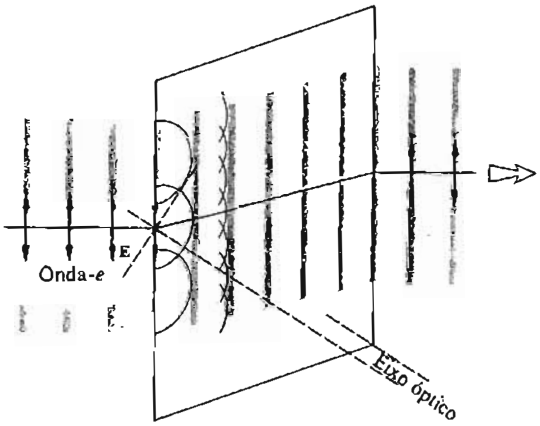
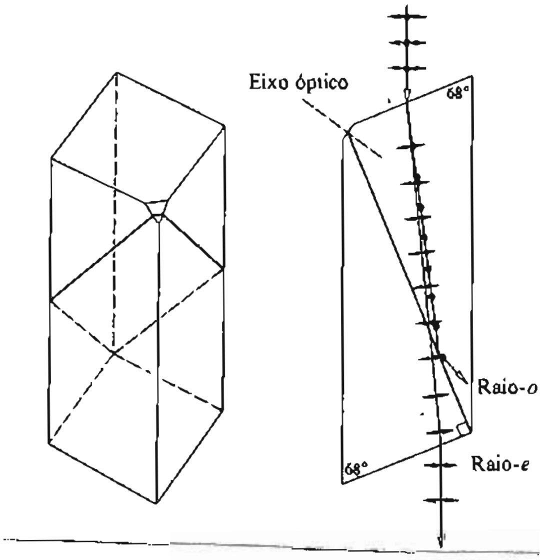


Figura 8.24 Onda plana incidente polarizada paralelamente à secção principal.

Nota que no caso da direita as velocidades das frentes secundárias não são iguais em todas as direcções!

Este desvio é utilizado para a construção de polarizadores ~~[illegible]~~ por exemplo de Nicols ou 8,29 de Glan-Foucault, em que se "aproveita" igualmente o fenómeno da reflexão interna total (um dos raios é reflectido, o outro não!)



O Prisma de Wollaston, pelo contrario apenas separa os dois raios.

— Dispersão.

Já falamos, capítulo 3, que as ondas, ao interagirem com — meio, vão ser absorvidas e depois reemitidas.

O que não referimos é que a polarização das ondas dispersas (sofrem dispersão) depende da orientação das moléculas (responsáveis pela dispersão) e da polarização das ondas incidentes.

Sem entrar em detalhes, se tivermos ~~luz~~ não polarizada a incidir numa molécula ...

a luz dispersa na direcção frontal não é polarizada, a dispersa nas outras direcções é parcialmente polarizada, e tanto mais polarizada quanto maior for o afastamento em relação à direcção de incidência.

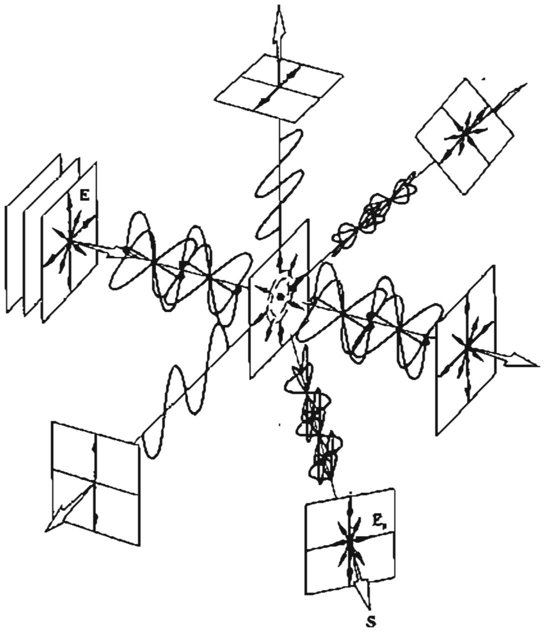


Figura 8.37 Dispersão de luz não polarizada por uma molécula.

Este facto resulta normalmente em luz parcialmente polarizada, ~~Este~~ o que pode ser verificado observando o céu com dois polarizadores cruzados. (A luz do Sol não é polarizada, e ao ser dispersa pela atmosfera, torna-se parcialmente polarizada).

8.38

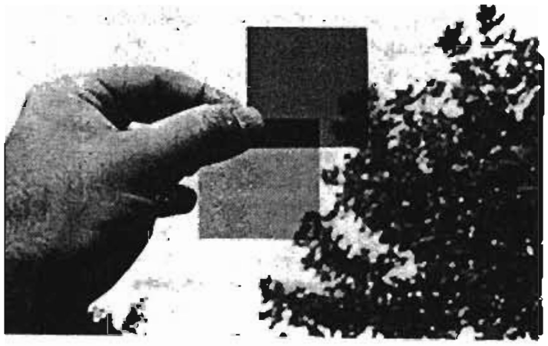


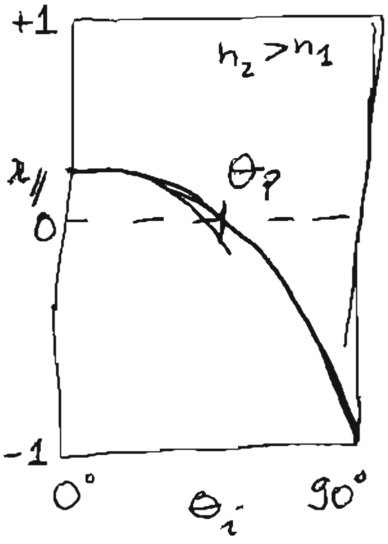
Figura 8.38 Um par de polarizadores cruzados. O polaróide de cima é notavelmente mais escuro do que o de baixo, o que revela uma polarização parcial da luz do céu. (Fotografia de E. H.)

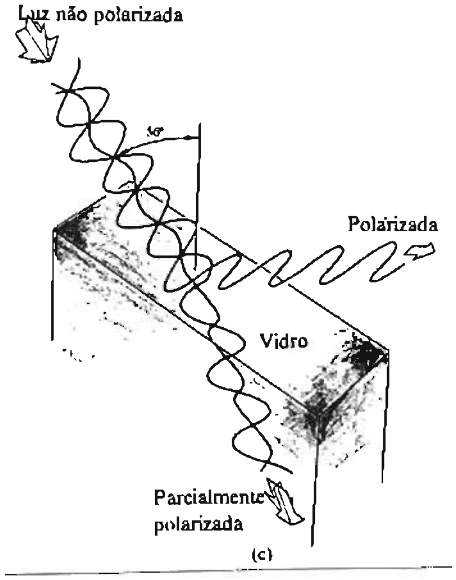
— Reflexão

Já vimos, quando falamos nas leis de Fresnel, que existe um certo ângulo de incidência para o qual não há feixe reflectido (em qualquer interface) quando o campo eléctrico está orientado de certo modo.

Exemplo 4.22

Se tivermos uma onda não polarizada a incidir segundo esse ângulo (θ_p) então a componente do campo eléctrico que é paralela ao plano de incidência não será reflectida





($r_{//}(\theta = \theta_p) = 0$).

θ_p é chamado de ângulo de polarização ou ângulo de Brewster

Notem que ainda há uma parte do campo perpendicular ao plano de incidência que é transmitida (ou seja esta montagem não "separa" toda a luz polarizada segundo uma direcção). Para aumentar a intensidade dessa parte polarizada, por vezes utilizam-se várias laminas, para "aumentar" o efeito.

8.42

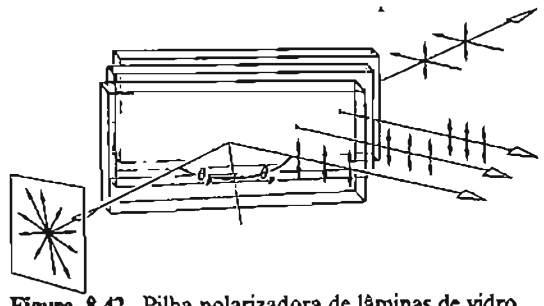


Figura 8.42 Pilha polarizadora de lâminas de vidro.

Para este tipo de polarizadores, mas não só, é habitual definir-se o ...

Grau de Polarização

Que se define como: $$V = \frac{I_{Polarizada}}{I_{total}}$$

Que pode ser escrito $$V = \frac{I_{Pol}}{I_{Pol} + I_{Não\ Pol}}$$

Lembrando a experiência de Mallus, podemos pensar que I_{MAX} representa a Irradiância máxima que obtemos após o analisador e I_{min} a mínima. (na direcção perpendicular à de I_{max})

Logo a parte polarizada linearmente é $I_{Pol} = I_{max} - I_{min}$ e $I_{total} = I_{max} + I_{min}$. Logo:

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}.$$

→ **Lâminas de atraso.**

São elementos que permitem alterar o estado de polarização de uma onda

Essa alteração é realizada através da adição de uma variação de fase a uma das componentes (lineares).

Imaginemos que temos um material cortado de modo a que o eixo óptico seja paralelo 8.45 à interface.

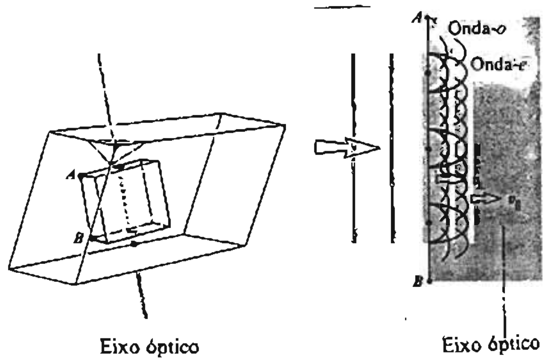


Figura 8.45 Lâmina de calcite cortada paralelamente ao eixo óptico.

Nesse caso cada polarização terá um índice diferente (n_o e n_e)

Assim a diferença de fase, ao fim de uma distância d é: $\Delta\varphi = (n_o - n_e)\, d\, \frac{2\pi}{\lambda_0}$

(dif percurso: $\Lambda = (n_o - n_e) d$ dif de fase: $\Delta\varphi = k\Lambda$)

a) Lâmina de Meia-Onda

Introduz uma diferença de fase de $\Delta\varphi = 180^\circ$

(Note que esta condição só se verifica para um comprimento de onda! Por isso estas lâminas dizem-~~se~~ cromáticas (dependem do comprimento de onda).

O resultado dessa diferença de fase é que o campo eléctrico (ou polarização) roda!

Imaginemos que inicialmente existia um ângulo θ entre o vector campo eléctrico e um dos eixos, (sendo essa polarização linear), então à saída ela vai continuar a ser linear, mas vai ter um ângulo $-\theta$ em relação a esse mesmo eixo.

Rodou 2θ!

8.46

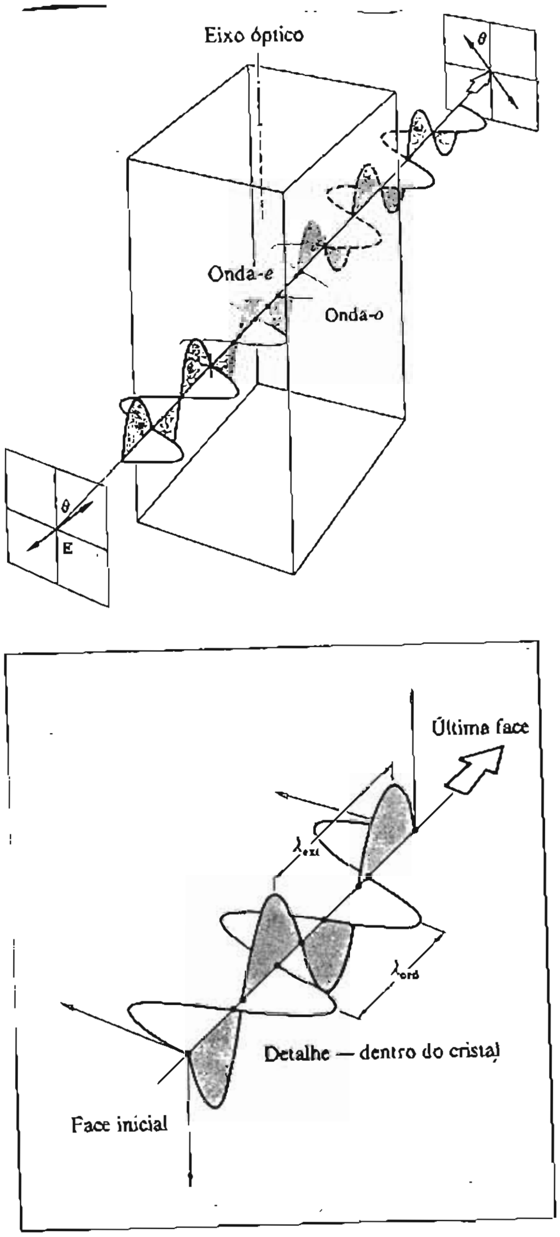


Figura 8.46 Lâmina de meia onda.

No caso das polarizações circulares ou elípticas ocorre ainda uma alteração do sentido da rotação!

Nota: chama-se lâminas de meia onda porque

$$\Delta\varphi = 180^\circ = \frac{2\pi}{\lambda_0} d(n_o - n_e) \Rightarrow \pi\lambda_0 = 2\pi d(n_o - n_e)$$

$$\Rightarrow d(n_o - n_e) = 2m\lambda_0 + \underbrace{\frac{\lambda_0}{2}}_{\text{meia onda}}$$

b) Lâminas de Quarto de Onda

Quando $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} = 90°$.

São interessantes para quando temos ~~[illegible]~~ uma onda polarizada a 45° (em relação ao eixo).
Nesse caso as componentes segundo n_o e n_e têm amplitudes iguais, e à saída vão estar desfasadas de 90°.

Ora se à saída temos:

$$\hat{x} = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\hat{y} = E_0 \cos(kz - \omega t + 90°) = E_0 \sin(kz - \omega t)$$

Ou seja, à saída temos polarização circular (logo a combinação de 1 polarizador linear a 45° + lâmina $\frac{\lambda}{4}$ = Polarizador Circular).
Vejamos agora outro tipo de componentes:

→ Compensadores

Introduzem um atraso variável e controlável numa onda. Existem vários tipos, vamos falar apenas do Compensador de Babinet.

8,50

é composto por duas cunhas com os eixos ópticos perpendiculares. Através do deslocamento das cunhas, ou do feixe sobre a cunha, é possível controlar a fase que é introduzida em cada uma das componentes.

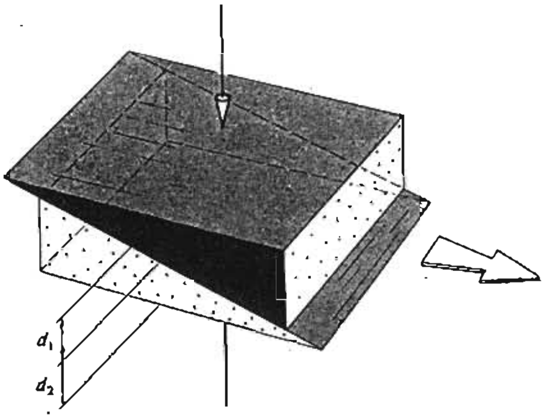


Figura 8.50 Compensador de Babinet.

→ Alguns efeitos da Polarização:

— Cores Interferenciais

Um objecto colocado entre polarizadores cruzados, e iluminado com luz branca, dá origem a um padrão de regiões coloridas, que variam se se rodar o ~~a~~ analisador.

Estas cores surgem devido ao atraso introduzido pelo objecto, e que naturalmente depende do comprimento de onda. O facto de se formar um padrão, e não uma cor única, deve-se às variações locais de espessura, birrefringência, ou de ambos.

8.63

Esse tipo de padrão pode ser interessante para o estudo, por exemplo da deformação que um objecto sofre quando é sujeito a uma força.

(Isto deve-se à birrefringência mecânica (ou fotoelasticidade) do material)

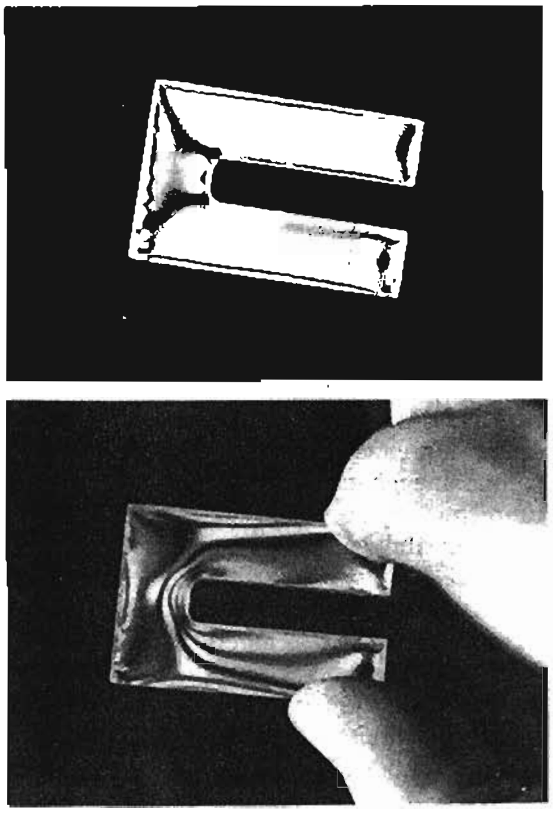


Figura 8.63 Peça de plástico transparente sob tensão entre polarizadores. (Fotografia de E.H.)

— Actividade Óptica

Chama-se actividade óptica à rotação do eixo de polarização de uma onda linearmente polarizada à medida que se propaga num meio.

Essa rotação depende das propriedades do meio, por exemplo no caso das soluções aquosas de açúcar, depende da concentração do açúcar (qto maior a concentração, maior a rotação!)

(Este é um método que permite, por exemplo, determinar a concentração de triglicerídeos na urina).

— Efeito Faraday (Magneto-óptico)

Faraday verificou que a rotação do campo dependia do campo magnético aplicado segundo a direcção de propagação.

rotação β $\quad\quad$ $\beta = \mathcal{V} B d$

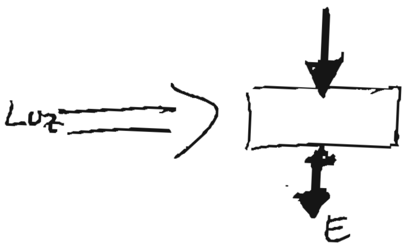
$\mathcal{V}$ Constante de Verdet

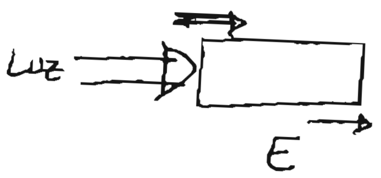
B Campo magnético

d distância (comprimento do meio).

— Efeitos Kerr e Pockels (electro-ópticos)

São semelhantes, diferem apenas na orientação dos campos eléctricos aplicados





Kerr $\quad\quad\quad\quad$ Pockels

$$\Delta\varphi = 2\pi K l \left(\frac{V}{d}\right)^2$$

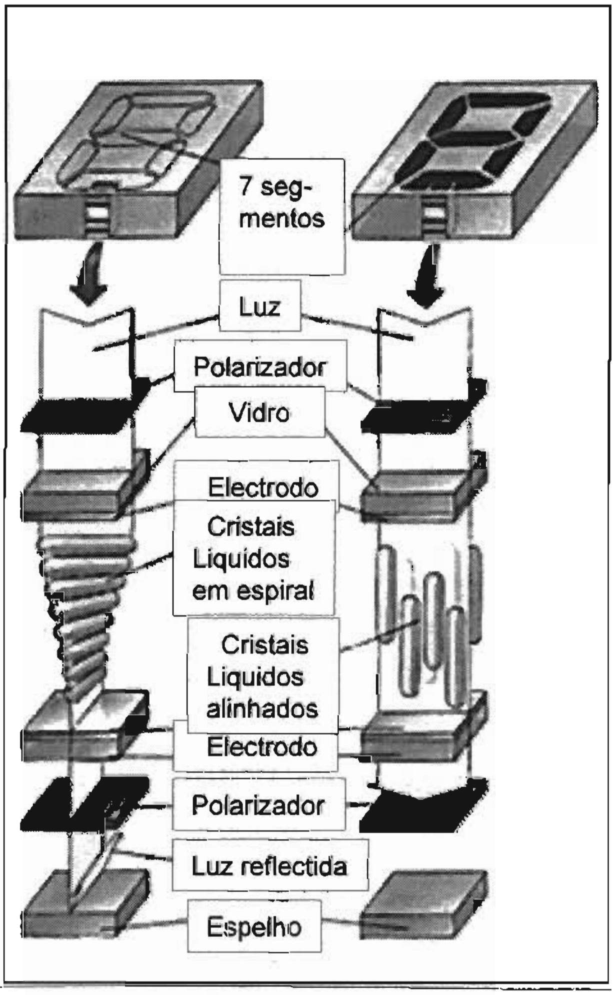
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0^3 r_{63} V$$

Não vamos entrar em detalhes, mas note que o efeito Pockels é linear, enquanto o Kerr é de 2ª ordem (V^2)

Isto permite criar ~~modul~~ compensadores variáveis, o que combinados com polarizadores, permite criar moduladores.

— Cristais líquidos

Imagem



A aplicação de uma tensão eléctrica permite rodar os cristais, e assim alterar a actividade óptica da amostra.

No caso dos relógios só temos 1 dispositivo. No caso das TV's temos 3 dispositivos lado a lado (1 para cada cor (RGB)).

→ Descrição Matemática da Polarização

Para facilitar o estudo, <u>Stokes introduziu 4 parâmetros.</u>

Para tal considere 4 filtros que quando iluminados com luz natural transmitem metade da energia, eliminando a outra metade.

Suponhamos agora que

1) Deixa passar de igual modo todos os estados $\rightarrow I_0$
2) Linear, orientado horizontalmente $\rightarrow I_1$
3) Linear, a 45° $\nearrow$ $\rightarrow I_2$
4) Circular, deixa passar a pol. cir. Direita $\rightarrow I_3$

Os <u>parâmetros de Stokes</u> são:

$$\begin{bmatrix} S_0 = 2I_0 \\ S_1 = 2I_1 - 2I_0 \\ S_2 = 2I_2 - 2I_0 \\ S_3 = 2I_3 - 2I_0 \end{bmatrix}$$

Vejamos alguns exemplos:

$$\mathcal{P}_{horizontal} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{P}_{vertical} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{P}_{a+45°} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{P}_{-45°} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{R} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \mathcal{L} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

a luz natural será: $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

e o grau de polarização $V = \sqrt{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)}/S_0^2$

Este tipo de representação é interessante pois permite o tratamento matricial.

Esse tratamento foi feito por Mueller, e na tabela seguinte pode ver alguns exemplos. (O tratamento de Jones é diferente, e não iremos falar dele aqui).

Exemplo:

$$[S_{saída}] = [\text{Mueller}]\,[S_{entrada}]$$

Tabela 8.6 Matrizes de Jones e de Mueller.

Elemento óptico linear	Matriz de Jones	Matriz de Mueller
Polarizador linear horizontal ↔	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador linear vertical ↕	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador linear a +45° ↗	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador linear a −45° ↖	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Lâmina de quarto de onda, eixo rápido vertical	$e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
Lâmina de quarto de onda, eixo rápido horizontal	$e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador circular direito homogéneo	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Polarizador circular esquerdo homogéneo	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$