

— A PROXIMAÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

Vamos agora estudar formalmente o que se passa na interface entre dois meios, e deste modo relacionar os ângulos nos quais vão as intensidades.

Vamos agora por considerar uma onda e.m. plana e monocromática expressa por:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \exp[i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)]$$

$i = \text{incidente}$

$$= \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)$$

e vamos assumir que a polarização é constante, ou seja que \vec{E}_{0i} é constante (que está sempre orientado na mesma direcção). Mas vamos agora ver que este tipo de polarização se denomina de linear, e que esta demonstração (que aqui vamos fazer) é geral, porque qualquer polarização pode ser escrita (decomposta) em 2 polarizações lineares ortogonais.

Também podem ocorrer:

$$r = \text{reflectida} \quad \vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cos(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega_r t + E_r)$$

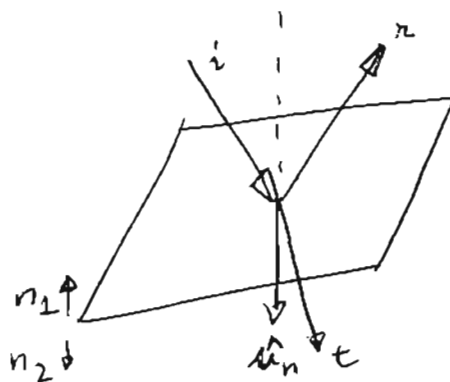
$$t = \text{transmitida} \quad \vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cos(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega_t t + E_t)$$

Nas expressões anteriores E_{0r} e E_{0t} são as partes das ② ondas refletida e transmitida, relativamente à onda incidente (que foi considerada como a referência, e daí que $\epsilon_i = 0$).

Das leis do eletromagnetismo resultam diversas condições, nomeadamente relativas ao que se passa nas interfaces, as chamadas condições fronteira.

Uma dessas condições é que a componente tangencial do campo eléctrico (\vec{E}) seja contínuo na interface.

Utilizando um vetor \hat{u}_n que seja perpendicular ao plano de separação entre dois meios (com índices de refração n_1 e n_2),



então podem escrever a condição anterior como:

$$(\vec{E}_i + \vec{E}_r) \times \hat{u}_n = \vec{E}_t \times \hat{u}_n$$

ou

$$\begin{aligned} \hat{u}_n \times \left[\vec{E}_{0i} \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t) + \vec{E}_{0r} \cos(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t) + \vec{E}_r \right] &= \\ &= \hat{u}_n \times \left[\vec{E}_{0t} \cos(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t) + \vec{E}_t \right] \end{aligned}$$

Esta relação deve-se verificar para qualquer ponto da superfície, logo a dependência em $(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ deve ser igual para todos

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t = \vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega_r t + \varepsilon_r = \vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega_t t + \varepsilon_t \quad (3)$$

Como \vec{k} não deve depender do tempo a dependência em ωt deve ser igual em todos: (a lei é sempre a mesma, por isso é qe não depende do tempo):

$$\omega_i t = \omega_r t = \omega_t t$$

Logo

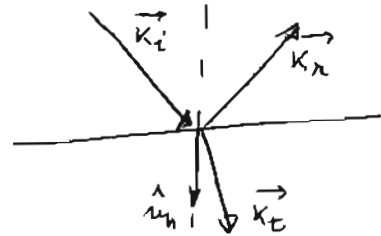
$$\boxed{\omega_i = \omega_r = \omega_t}$$

Isso é o qe já sabemos: A frequência é constante

Voltando à expressão anterior:

$$\vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} + \varepsilon_r = \vec{k}_t \cdot \vec{r} + \varepsilon_t$$

$$(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \cdot \vec{r} = \varepsilon_r$$



↳ O facto de $(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \cdot \vec{r}$ ser igual a uma constante significa qe \vec{r} pertence a um plano qe é perpendicular a $(\vec{k}_i - \vec{k}_r)$. Mas já sabemos qe \hat{u}_n é perpendicular a esse plano, logo $(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \parallel \hat{u}_n$

Ora se $(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \parallel \hat{u}_n$, então $(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \times \hat{u}_n = 0$

$$\text{ou} \quad k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r$$

Como sabemos $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, e como para $\textcircled{4}$
 i e para r o índice de refração é o mesmo, logo
 $\lambda_i = \lambda_r \Rightarrow k_i = k_r$; De onde resulta:

$$\boxed{\theta_i = \theta_r} \quad \text{Lei de Reflexão}$$

Por outro lado, seguindo os mesmos argumentos:

$$k_i \sin \theta_i = k_t \sin \theta_t$$

De onde resulta:

$$\boxed{n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t} \quad \text{Lei de Snell}$$

(Se tivermos feito a origem do referencial correspondente ao "ponto" de incidência, então E_r e E_t serão zero).

→ Vejamos agora o que acontece em relação às intensidades; ou seja vejamos como se relacionam \vec{E}_{oi} , \vec{E}_{or} e \vec{E}_{ot}

Para estudar esse fenômeno tem-se que considerar 2 situações distintas:

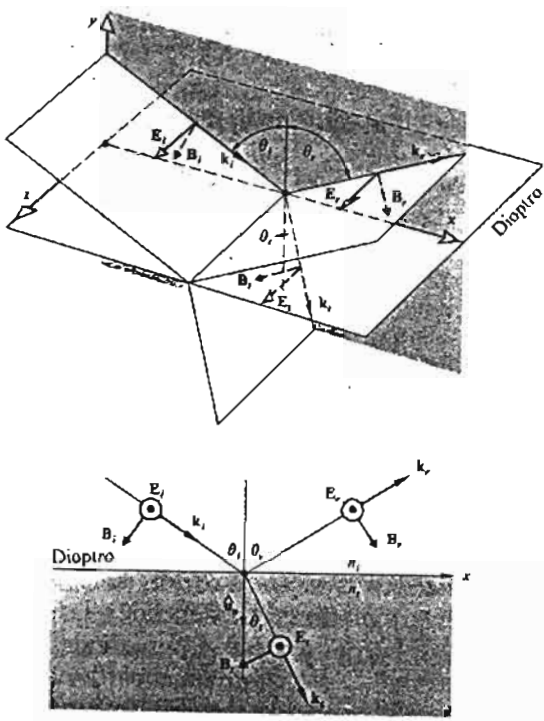


Figura 4.20 Onda incidente, com o campo eléctrico E normal ao plano de incidência.

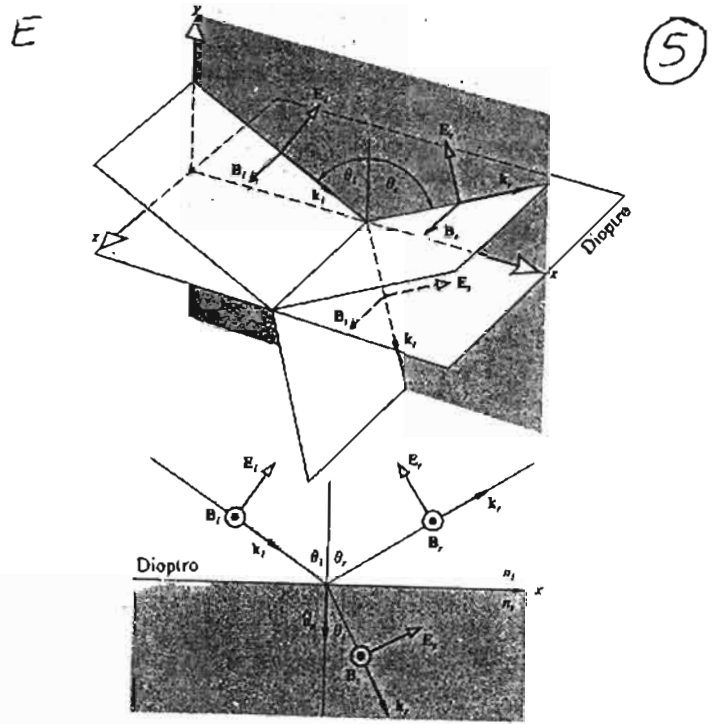


Figura 4.21 Onda incidente cujo campo eléctrico E é paralelo ao plano de incidência.

a) \vec{E} perpendicular ao plano de incidência

b) \vec{E} paralelo ao plano de incidência

Vejamos primeiro a). Recordando (das Leis de Maxwell):

$$\hat{k} \times \vec{E} = v \vec{B}$$

$$\hat{k} \cdot \vec{E} = 0$$

(ou seja \vec{E} , \vec{B} e \hat{k} formam um triângulo directo)

Como de costuma, uma das condições fronteira é que o campo eléctrico tangencial seja contínuo, logo

$$\vec{E}_{oi} + \vec{E}_{or} = \vec{E}_{ot}$$

Mos precisamos ainda de mais uma condição, e ⑥
 é que a ~~se~~ refere à componente normal do campo
 elétrico:

$$E_{0t} = E_{1t}$$

tangencial

$$\epsilon_0 E_{0n} = \epsilon_1 E_{1n}$$

normal

De "igual" modo pra o campo magnético

$$B_{0n} = B_{1n}$$

normal

$$\frac{1}{\mu_0} B_{0t} = \frac{1}{\mu_1} B_{1t}$$

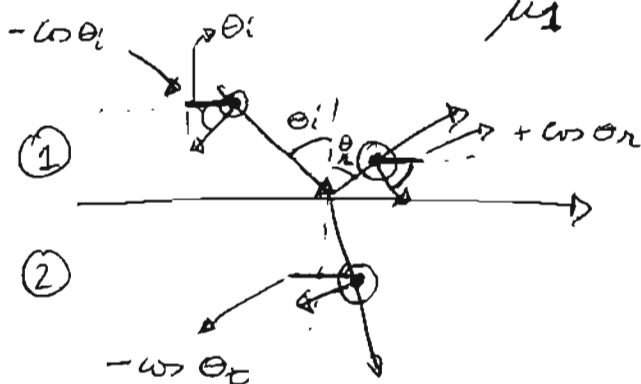
tangencial

(Note que é "simétrico").

Utilizando a relação para B tangencial, podemos

escrever:

$$-\frac{B_i}{\mu_1} \cos \theta_i + \frac{B_r}{\mu_1} \cos \theta_r = -\frac{B_t}{\mu_2} \cos \theta_t$$



lembrando que $B_i = \frac{E_i}{v_1}$

$$B_r = \frac{E_r}{v_1}$$

$$B_t = \frac{E_t}{v_2}$$

e ainda se $\theta_i = \theta_r$, podem ser escritas:

(7)

$$\frac{1}{\mu_1 v_1} (E_i - E_r) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_2 v_2} E_t \cos \theta_t$$

Como já foi dito, com uma escolha apropriada do sistema de eixos, podem mudar as dependências em \vec{k}_r e ωt , donde

$$\frac{1}{\mu_1 v_1} (E_{oi} - E_{or}) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_2 v_2} E_{ot} \cos \theta_t$$

$$\frac{n_1}{\mu_1} (E_{oi} - E_{or}) \cos \theta_i = \frac{n_2}{\mu_2} E_{ot} \cos \theta_t$$

De onde se obtém:

Para \vec{E} perpendicular ao plano de incidência

$$r_{\perp} \equiv \frac{E_{or}}{E_{oi}} = \frac{\frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_i - \frac{n_2}{\mu_2} \cos \theta_t}{\frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_i + \frac{n_2}{\mu_2} \cos \theta_t}$$

$$t_{\perp} \equiv \frac{E_{ot}}{E_{oi}} = \frac{2 \frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_i}{\frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_i + \frac{n_2}{\mu_2} \cos \theta_t}$$

Estas equações são gerais, e aplicam-se a qualquer meio linear, homogêneo e isotrópico

Para materiais dielétricos, nos quais $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$
então:

(8)

$$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}$$

r e t são os coeficientes de reflexão e transmissão em amplitude, para \vec{E}_{\perp} plano de incidência

Para o caso b) (\vec{E} paralelo ao plano de incidência)

chegamos a:

$$r_{\parallel} = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right) = \frac{\frac{n_2}{\mu_2} \cos \theta_i - \frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_t}{\frac{n_2}{\mu_2} \cos \theta_i + \frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_t}$$

$$t_{\parallel} = \left(\frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right) = \frac{2 \frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_i}{\frac{n_2}{\mu_2} \cos \theta_i + \frac{n_1}{\mu_1} \cos \theta_t}$$

para meios dielétricos:

$$r_{\parallel} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}$$

Utilizando a Lei de Snell, podemos escrever:

9

$$r_{\perp} = - \frac{\text{Sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{Sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \text{Sen}(\theta_t) \text{Cos}(\theta_i)}{\text{Sen}(\theta_i + \theta_t)}$$

$$r_{\parallel} = \frac{t_y(\theta_i - \theta_t)}{t_y(\theta_i + \theta_t)}$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 \text{Sen}(\theta_t) \text{Cos}(\theta_i)}{\text{Sen}(\theta_i + \theta_t) \text{Cos}(\theta_i - \theta_t)}$$

Este conjunto de equações é conhecido como

Equações de Fresnel

De referir-se os sinais das expressões dependem das direcções de \vec{E} e \vec{B} se se considerarem (se $\vec{E} \parallel \odot$ ou se $\vec{E} \parallel \otimes$, ou seja se está "para fora" do papel ou para dentro).

Este facto não é muito importante porque normalmente geramos cotas os coeficientes e intensidade e não em amplitude (e como $I \propto E^2$, o sinal não é muito importante).

Interpretação das Equações de Fresnel

Veja → diversas situações interessantes; para $n_1 < n_2$

1) Incidência quase normal: $\theta_i \approx 0^\circ$

$$r_{\parallel} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ} = -r_{\perp} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ} \approx \frac{\text{Sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{Sen}(\theta_i + \theta_t)} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ}$$

(Pg $\tan(x) \approx \text{Sen}(x)$ qdo $x \approx 0^\circ$)

utilizando a lei de Snell podemos reescrever:

$$r_{\parallel} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ} = -r_{\perp} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ} \approx \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ}$$

Por outro lado, quando $x \approx 0^\circ \Rightarrow \cos x \approx 1$, logo

$$r_{\parallel} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ} = -r_{\perp} \Big|_{\theta_i \approx 0^\circ} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

Para o caso particular da interface vidro ($n=1,5$) - ar
temos qe $r = 0,2$ ($I \propto E^2 \Rightarrow R = 0,04 = 4\%$)

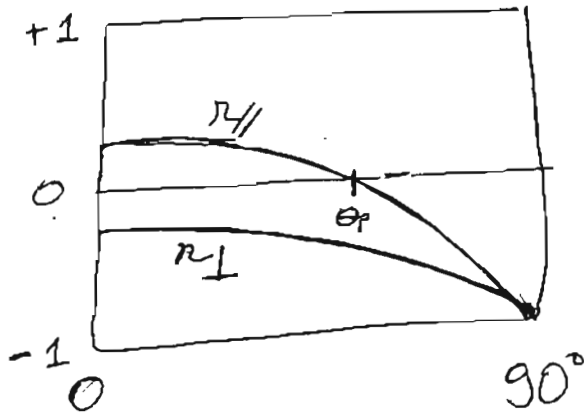
2) Ângulo de Polarização.

Por outro lado, qdo $n_2 > n_1 \Rightarrow \theta_i > \theta_t$

Regressando às eq de Fresnel, resulta que:

$r_{\perp} < 0$ para qualquer θ_i

$$\left\{ \begin{array}{l} r_{\parallel} > 0 \text{ para } \theta_i \approx 0^\circ \\ r_{\parallel} < 0 \text{ para } \theta_i \approx 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow r_{\parallel} = 0 \text{ qdo } \underline{\underline{\theta_i + \theta_t = 90^\circ}}$$

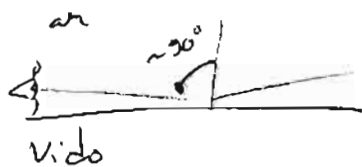


O valor de θ_i para o qual $r_{\parallel} = 0$ é o ângulo de polarização θ_p (mais tarde vamos explicar pf.)

3) Quando $\theta_i = 90^\circ$ quer r_{\parallel} quer $r_{\perp} = -1$

Ou seja, qdo a incidência é perpendicular (ou quase) a interface comporta-se como um espelho (quase) perfeito (se $n_2 > n_1$).

(Quando olhamos para um vidro, por exemplo, segundo um ângulo próximo de 90° , ele comporta-se quase como um espelho:



fazendo um estudo semelhante, podemos ver como variam r_{\parallel} e t_{\perp} ; por exemplo para o vidro-ar ($n_1 = 1$; $n_2 = n_{\text{vidro}} = 1,5$) vemos que:

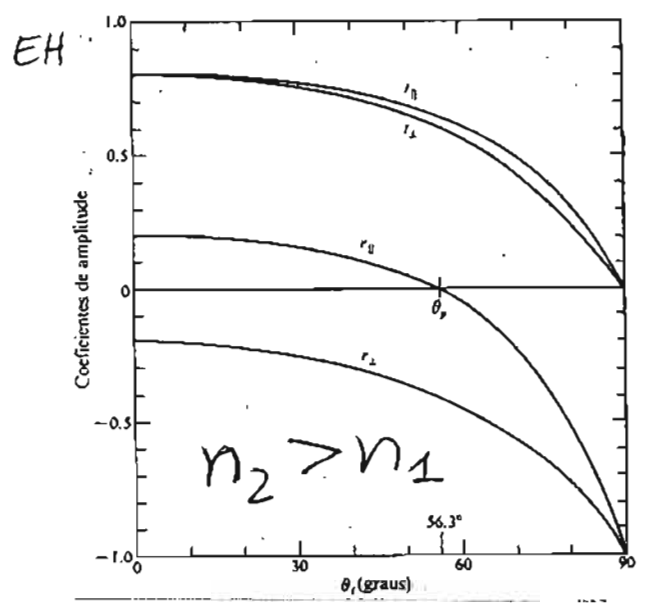


Figura 4.22 Coeficientes de reflexão e de transmissão em amplitude em função do ângulo de incidência, para uma reflexão externa, num dióptro ar-vidro, com $n_1 > n_2$ ($n_{11} = 1,5$).

Como todos estes casos, a luz agora, não para $n_2 > n_1$ dig-se que se trata de Reflexão Externa (externa por ser fora do meio mais denso)

No caso de $n_1 > n_2$ (do vidro para o ar, e.g.)

Como $n_1 > n_2 \Rightarrow \theta_t > \theta_i$

logo $r_{\perp} > 0$, para qualquer θ_i ; e é sempre crescente atingindo o valor máximo ($r_{\perp} = 1$) qdo o ângulo transmitido é máximo ($\theta_t = 90^\circ$). Esse ângulo é o chamado ângulo crítico, a partir do qual r_{\perp} (e r_{\parallel}) é $= 1$. (toda a luz é reflectida).

Tal como no caso de reflexões externas, existe um ângulo para o qual $r_{\parallel}(\theta = \theta_p) = 0$, o ângulo de polarização. Pode-se mostrar que:

$$\theta_p(n_1 < n_2) = 90^\circ - \theta_p(n_2 > n_1) \quad (\text{com amplitude})$$

EH.4.23

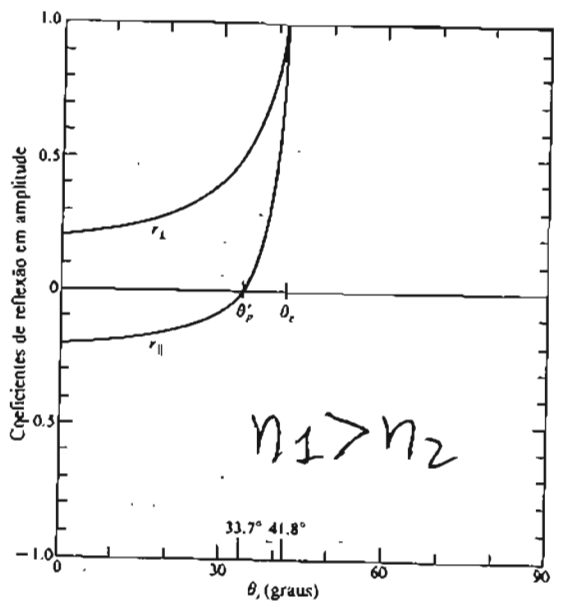


Figura 4.23 Coeficientes de reflexão e de transmissão em amplitude em função do ângulo de incidência para uma reflexão interna, num dioptr ar vidro com $n_1 > n_2$ ($n_1 = 1/1.5$).

Como $n_1 > n_2$ diz-se que existe com a brata de Reflexão Interna

→ A importância das Variações de Fase

Já vimos que cdo $n_2 > n_1$ temos $r_{\perp} < 0$ para qualquer θ_i .

O que é que isto significa?

O que significa que $\vec{r}_1 = -\vec{r}_2$?

Significa qe t \vec{e} n dire \vec{c} o \vec{e} s diferentes!

$$[\vec{E}_{oi}]_{\perp} \text{ na dire \vec{c} o \vec{e} s op \vec{o} sta a } [\vec{E}_{or}]_{\perp}$$

Como \vec{e} qe se faz essa descri \vec{c} o \vec{e} s com \rightarrow fas \vec{o} s Seno?

$$\text{Sen}(x) = -\text{Sen}(x + \pi)$$

\uparrow
diferen \vec{c} a de fase $\Delta\varphi = 180^\circ$

Outro seja, na fronteira (na interface) os campos s \vec{a} o em oposi \vec{c} o \vec{e} s de fase (com $\Delta\varphi = 180^\circ$). (e \vec{e} isso qe n \vec{a} o significa).

Analisando os dois casos ($n_1 > n_2$ e $n_2 > n_1$):

Qdo $n_1 < n_2$ $r_{\perp} < 0$ $\vec{E}_{oi} \nabla \uparrow \vec{E}_{or}$ $\Delta\varphi = \pi \text{ rad}$

t_{\parallel} e $t_{\perp} > 0$ $\vec{E}_{oi} \uparrow \uparrow \vec{E}_{ot}$ $\Delta\varphi = 0 \text{ rad}$

Qdo $n_1 > n_2$ $r_{\perp} > 0$ $\vec{E}_{oi} \uparrow \uparrow \vec{E}_{or}$ $\Delta\varphi = 0 \text{ rad}$
(se $\theta_i < \theta_c$)

Quando se considera \vec{E}_{\parallel} a situa \vec{c} o \vec{e} s \vec{e} bastante mais complexa de se analisar.

EP4.24a)

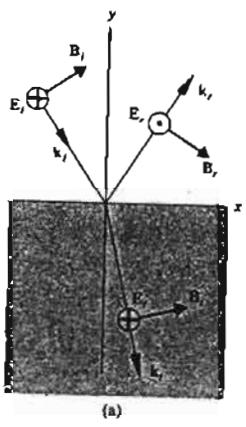


Figura 4.24 Orientação dos campos e desvios de fase.

15
 Não iremos aqui entrar em
 detalhes sobre essas diferenças
 de fase, que poderão ser consultadas
 na bibliografia, e.g. Born e Wolf.

Na figura seguinte estão os resultados
 em um ponto (e nos eixos de
 observação)

EP. 4.26/27

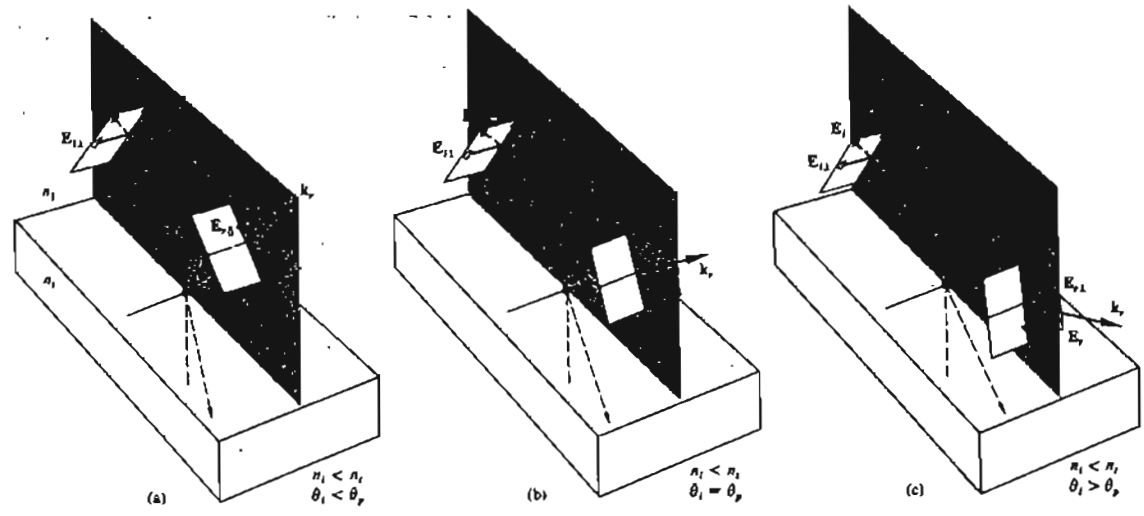


Figura 4.26 Campo eléctrico E reflectido para vários ângulos, em situações de reflexão externa.

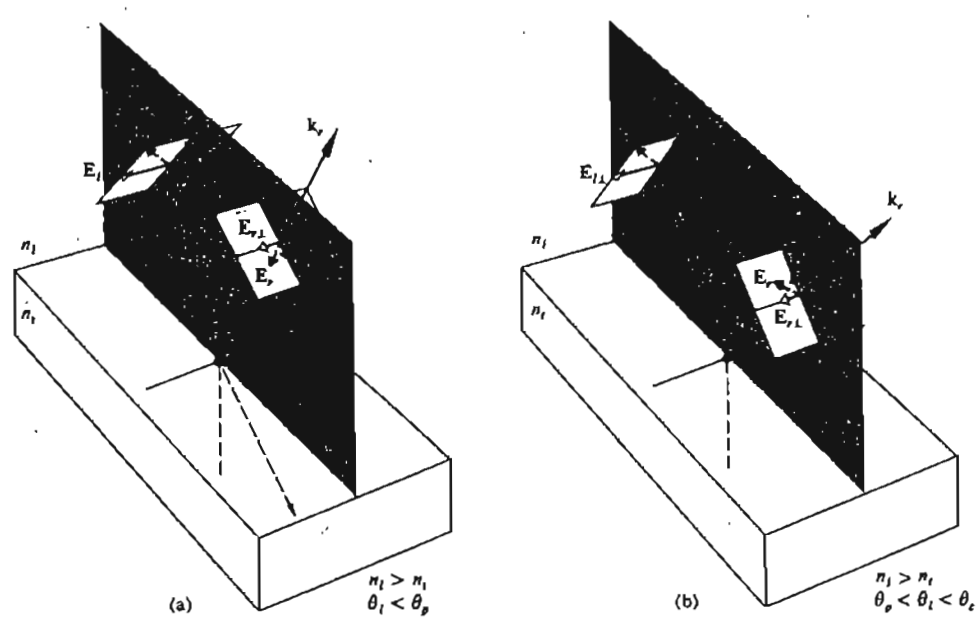


Figura 4.27 Campo eléctrico E reflectido para vários ângulos em situações de reflexão interna.

→ Intensidade (Refletância e Transmissão)

já falamos do vector de Poynting

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$$

e da irradiância:

$$I = \langle S \rangle = \frac{v E_0^2}{2}$$

Quando I_i ; I_r e I_t
são irradiâncias incidentes
reflectida e transmitida.
E lembrando qe irradiância
é Potência por unidade de Área.

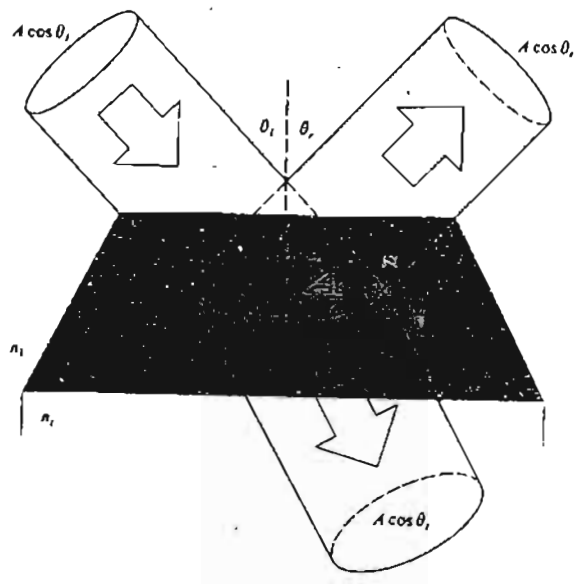


Figura 4.28 Reflexão e transmissão de um feixe incidente.

Logo a potência incidente é
reflectida é
transmitida é

$$I_i \cdot A \cdot \cos \theta_i$$
$$I_r \cdot A \cdot \cos \theta_r$$
$$I_t \cdot A \cdot \cos \theta_t$$

Pelo qe se define dois coeficientes:

Refletância

$$R \equiv \frac{I_r \cdot \cos \theta_r}{I_i \cdot \cos \theta_i} = \frac{I_r}{I_i}$$

Transmitância

$$T \equiv \frac{I_t \cdot \cos \theta_t}{I_i \cdot \cos \theta_i}$$

Para meios dielétricos:

$$R = \left(\frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)^2 = r^2$$

$$T = \frac{(\sqrt{n_2} E_{ot})^2 \cdot \cos \theta_t}{(\sqrt{n_1} E_{oi})^2 \cdot \cos \theta_i} = \frac{n_2 \cdot \cos \theta_t \cdot t^2}{n_1 \cdot \cos \theta_i}$$

Porquê esta dependência? Porque a velocidade de propagação da luz é diferente num e noutro meio ($\frac{n_2}{n_1}$), e porque as áreas são também diferentes ($\frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}$).

Agora, qual é o Princípio que vocês aplicam mais vezes em Física? Não sei, mas talvez seja o Princípio da Conservação da Energia.

Como é que se aplica neste caso?

A energia (ou potência) que "chega" é igual à que "parte"

$$I_i A \cos \theta_i = I_r A \cos \theta_r + I_t A \cos \theta_t$$

Como: $I = \frac{vE}{Z} E_0^2$

$$\frac{v_1 \epsilon_1}{Z} E_{0i}^2 \cos \theta_i = \frac{v_1 \epsilon_1}{Z} E_{0r}^2 \cos \theta_r + \frac{v_2 \epsilon_2}{Z} E_{0t}^2 \cos \theta_t$$

$$E_{0i}^2 \cos \theta_i = E_{0r}^2 \cos \theta_r + \left(\frac{v_2 \epsilon_2}{v_1 \epsilon_1} \right) (E_{0t}^2) \cos \theta_t$$

Como $\theta_i = \theta_r$

$$E_{0i}^2 = E_{0r}^2 + \left(\frac{v_2 \epsilon_2}{v_1 \epsilon_1} \right) \left[\frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \right] E_{0t}^2$$

Como $n^2 = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

$$E_{0i}^2 = E_{0r}^2 + \left(\frac{v_2}{c} \cdot \frac{c}{v_1} \cdot \frac{\epsilon_0}{\epsilon_1} \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \right) \left[\dots \right] E_{0t}^2$$

$$E_{0i}^2 = E_{0r}^2 + \left(\frac{1}{n_2} \cdot \frac{n_1}{1} \cdot \frac{1}{n_1^2} \cdot \frac{n_2^2}{1} \right) \left[\frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \right] E_{0t}^2$$

$$E_{0i}^2 = E_{0r}^2 + \left(\frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \right) E_{0t}^2$$

$$1 = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)^2 + \left(\frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \right) \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)^2$$

Essa última equação pode ser reescrita simplesmente como: (19)

$$1 = R + T$$

Em meios sem absorção isto é óbvio! A ~~energia~~ Energia que chega divide-se na parte que é refletida e na que é transmitida.

Em geral podemos descrever nos vários casos:

$$R_{\perp} = r_{\perp}^2 \quad T_{\perp} = \left(\frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \right) t_{\perp}^2$$

$$R_{\parallel} = r_{\parallel}^2 \quad T_{\parallel} = \left(\frac{n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i} \right) t_{\parallel}^2$$

ou seja

$$\left. \begin{array}{l} R_{\parallel} + T_{\parallel} = 1 \\ R_{\perp} + T_{\perp} = 1 \end{array} \right\}$$

Volvendo ao caso de incidência normal, $\theta_i = 0^\circ$

$$R = R_{\parallel} = R_{\perp} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

$$T = T_{\parallel} = T_{\perp} = \frac{4n_2 n_1}{(n_2 + n_1)^2}$$

Daqui vemos "formalmente" aquilo que já foi dito, para

interfaces entre o ar e o vidro: tem-se sempre 4% de reflexões! Quando não tem 1 ou 2 interfaces esse facto até pode não ser grave, mas quando tem muitas (por exemplo dentro de uma máquina fotográfica) é extremamente importante "controlar" este efeito.

Mais tarde veremos como controlar esse efeito.

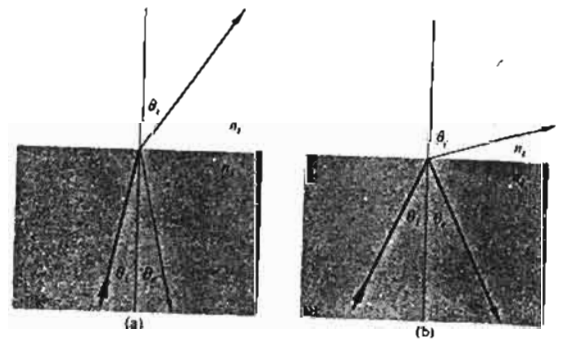
→ Reflexão Interna Total

Quando $n_1 > n_2$, já sabemos que $n = 1$ para

$\theta_i > \theta_c$.

EH4.33

Ou seja quando o ângulo de incidência é superior ao ângulo crítico não há transmissão!



Como se pode ver, θ_c corresponde à situação em que $\theta_t = 90^\circ$.

$n_1 \text{ Sen } \theta_i = n_2 \text{ Sen } \theta_t$

$n_1 \text{ Sen } \theta_{ic} = n_2 \cdot \text{Sen } 90^\circ$

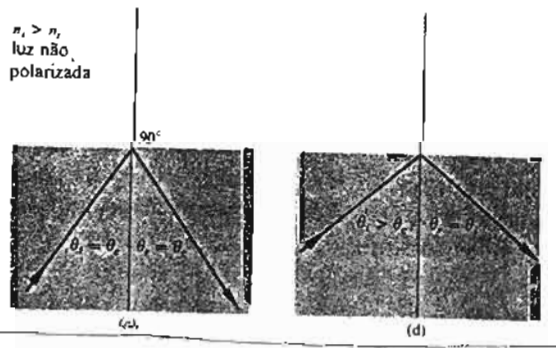
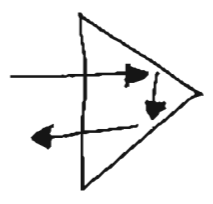


Figura 4.33 Reflexão interna e ângulo crítico

$$n_1 \text{ Sen } \theta_{ic} = n_2$$

$$\boxed{\text{Sen } \theta_{ic} = \frac{n_2}{n_1}}$$

Este fenômeno tem inúmeras aplicações em diversas áreas. É utilizada por exemplo nos meios fotográficos para inverter a imagem:



ou nas fibras ópticas (mas disso vou falar mais tarde).

→ Reflexão Interna Total Frustrada

A situação a seguir não é assim tão simples. Na realidade existe uma onda transmitida, que se propaga segundo o eixo dos x e com ^{uma} amplitude que decai exponencialmente tornando-se desprezível ao fim de poucos comprimentos de onda. Eq 4.37

No entanto essa onda Vidro
pode ser "reconstruída" dentro ar
de novo, se este estiver suficientemente Vidro
próximo.

Nesse caso fala-se da R.I.T. Franke da

(22)

Não iremos aqui entrar em mais detalhes, pois uma boa descrição deste fenómeno exige o seu estudo no contexto da Mecânica Quântica (o que está para além do esperado nesta cadeira).

De referir no entanto que este fenómeno é muito utilizado, por exemplo para a construção de divisores de feixe:

⇒ Propriedades Ópticas dos Metais

Vejamos apenas os factos mais importantes:

Num metal existe elétrons livres que permitem a existência de correntes, que se relacionam com o campo eléctrico através da condutividade σ (Reveja as eq. de Maxwell).

Quando $\sigma \neq 0$ a equação de onda é alterada

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Se definirmos um índice de refração complexo:

$$n = n_R - i n_I$$

então as soluções anteriormente obtidas continuam a ser válidas, sendo que o tempo se escreve:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$E = E_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)\right]$$

ou

$$E = E_0 e^{i\left[\omega\left(t - \frac{n}{c}x\right)\right]}$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \cdot e^{-i\omega \frac{n}{c}x}$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \cdot e^{-i\frac{\omega}{c}x[n_R - i n_I]}$$

$$= E_0 e^{i\omega t} \cdot e^{-i\frac{\omega}{c}x n_R} e^{-\frac{\omega}{c}x n_I}$$

$$= E_0 e^{i\omega\left[t - \frac{n_R \omega}{c}x\right]} \underbrace{e^{-\frac{n_I \omega}{c}x}}_{\text{exponencial negativa}}$$

exponencial
negativa

Daqui resulta que $I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$ em que

$$\alpha = \frac{2\omega n_I}{c}$$

α é o coeficiente de atenuação

(à medida que a luz penetra no metal é atenuada).

Reflexão: continuando a utilizar $n_2 = n_R - i n_I$ (24)
 e assumido $n_1 = 1$, devemos escrever: (Ladinas mod)

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right) \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^*$$

$$R = \frac{(n_R - 1)^2 + n_I^2}{(n_R + 1)^2 + n_I^2}$$

- Se $n_I = 0$ tem o caso dos dielétricos (q já vimos)
- Se $n_I \gg n_R$ $R \approx 1$ (o qe é geralmente verdade)

EK 4.42

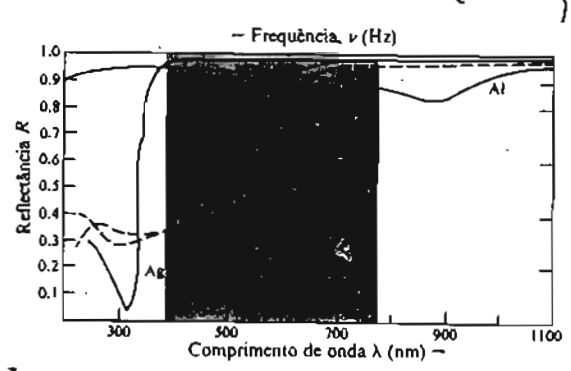


Figura 4.42 Reflectância em função do comprimento de onda para a prata, ouro, cobre e alumínio.

Logo, us é pr aço qe se usa espelhos metálicos

⇒ Aspectos familiares da Interação da luz q/a matéria