ÓPTICA 14

COERÊNCIA

Já falamos anteriormente sobre a coerência. Vamos agora voltar a abordar este assunto mas de uma forma mais formal.

Imaginemos que temos 2 campos $E_1(t)$ e $E_2(t)$ que se sobrepõem no ponto que estamos a considerar. (Vamos ainda considerar que esses campos ao propagarem-se até esse ponto foram "afectados", por exemplo pela difração, pelo que vamos incluir 2 "propagadores": K_1 e K_2).

Então o campo total será:

$$E_p(t) = K_1 E_1(t - t_1) + K_2 E_2(t - t_2)$$

t_1 e t_2 são o tempo que o campo 1/2 demora desde que é emitido até que atinge o ponto que estamos a considerar.

Calculando a irradiância:

$$I = \langle E_p(t) \cdot E_p^*(t) \rangle$$

$$= K_1 K_1^* \langle E_1(t-t_1) E_1^*(t-t_1) \rangle +$$

$$+ K_2 K_2^* \langle E_2(t-t_2) E_2^*(t-t_2) \rangle +$$

$$+ K_1 K_2^* \langle E_1(t-t_1) E_2^*(t-t_2) \rangle +$$

$$+ K_1^* K_2 \langle E_1^*(t-t_1) E_2(t-t_2) \rangle$$

$I_1 = \langle E_1(t) E_1^*(t) \rangle$ $\qquad$ $I_2 = \langle E_2(t) E_2^*(t) \rangle$

(Sendo a média temporal, não interessa se é t ou $t-t_1$)

E fazendo $\tau = t_2 - t_1$, podemos escrever os 2 termos conjugados como:

$$K_1 K_2^* \langle E_1(t+\tau) E_2^*(t) + K_1^* K_2 \langle E_1^*(t+\tau) E_2(t) \rangle$$

Esta é a soma de 2 complexos conjugados, logo podemos escrever que a última expressão é igual ~~à soma~~ ao dobro da parte real de cada um

$$2 \,\mathrm{Re}\left[K_1 K_2^* \langle E_1(t+\tau)\, E_2^*(t)\rangle\right]$$

Como $\mathrm{Re}\,[K_1 K_2^*] = |K_1| \cdot |K_2|$ e definindo:

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t+\tau)\, E_2^*(t)\rangle$$

que é a Função de Coerência Mútua, podemos escrever:

$$I = |K_1|^2 I_{f1} + |K_2|^2 I_{f2} + 2|K_1||K_2|\,\mathrm{Re}\,\Gamma_{12}(\tau)$$

$$= I_1 + I_2 + 2|K_1||K_2|\,\mathrm{Re}\,\Gamma_{12}(\tau)$$

Quando as duas fontes são na realidade a mesma, temos:

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle E_1(t+\tau) E_1^*(t)\rangle$$

$$\Gamma_{22}(\tau) = \langle E_2(t+\tau)\, E_2^*(t)\rangle$$

O que permite escrever:

$$\Gamma_{11}(0) = I_{f_1} \qquad I_1 = |K_1|^2 I_{f_1} = |K_1|^2 \Gamma_{11}(0)$$

e de igual modo para I_2, logo

$$|K_1||K_2| = \frac{\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)}\sqrt{\Gamma_{22}(0)}}$$

Definindo a versão normalizada do Γ:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\,\Gamma_{22}(0)}} \qquad \gamma_{12}(\tau) = |\gamma_{12}(\tau)|\,e^{i\Phi_{12}(\tau)}$$

que é o <u>Grau de Coerência Complexo</u>

podemos escrever:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\,\mathrm{Re}(\gamma_{12}(\tau))$$

Pode-se demonstrar que $0 \leq |\gamma_{12}(\tau)| \leq 1$ que é designado o <u>grau de coerência</u>

$|\gamma_{12}| = 1$ limite de Coerência

$0 < |\gamma_{12}| < 1$ Coerência Parcial

$|\gamma_{12}| = 0$ limite de Incoerência

Pode-se também demonstrar que a visibilidade é:

$$V = \frac{2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}}{I_1+I_2}\,|\gamma_{12}(\tau)|$$

Se $I_1 = I_2 \longrightarrow V = |\gamma_{12}(\tau)|$

Pode-se ainda referir que por vezes se fala no grau de coerência temporal complexo.

$$\gamma_{11}(\tau)$$

e no grau de coerência espacial complexo:

$$\gamma_{12}(0).$$

Mas não nos iremos alongar aqui demasiado sobre estes aspectos.

— Interferometria Estelar.

Vamos ver um exemplo da aplicação destes conceitos para a medição do diâmetro de uma estrela num sistema de estrela dupla.

Ex. 12.13

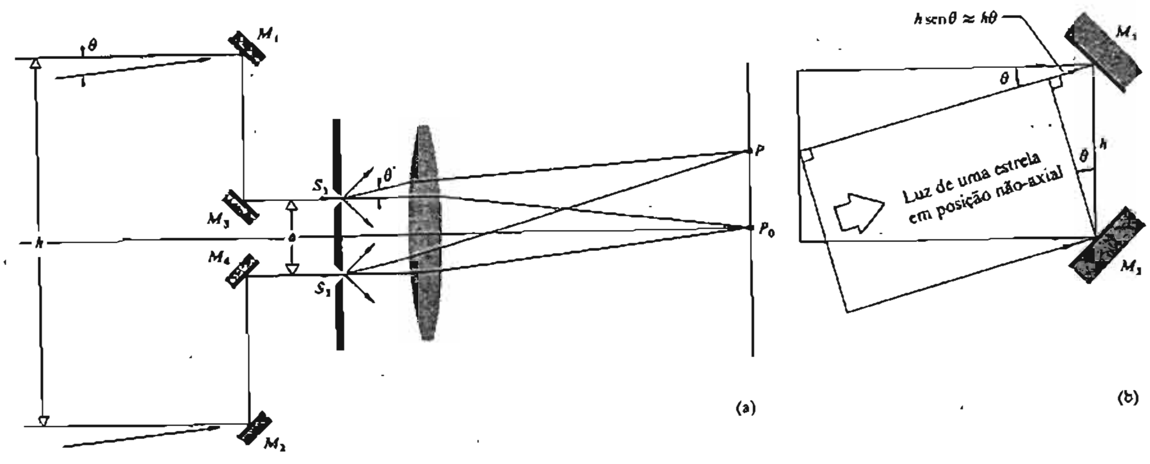

Figura 12.13 Interferómetro estelar de Michelson.

São colocados 2 conjuntos de espelhos, M_1 e M_2 separados por h, e M_3 M_4 separados por a, sendo a luz guiada para 2 fendas (vão ser as fontes de uma experiência de Young, daí a importância da ~~difração~~ coerência).

Admite-se ainda que a luz emitida pela estrela é quasi-monocromática, com ~~uma~~ ~~largura~~ comprimento de onda central $\bar{\lambda}_0$.

Admitindo que o telescópio está centrado para uma das estrelas, pretende-se calcular a separação angular θ relativamente à outra estrela.

O padrão relativo à estrela "primária" estará centrado em P_0 e o relativo à outra estará em P, sendo que $\frac{h\theta}{c} = \frac{a\theta'}{c}$

Supondo que as duas fontes (estrelas) são incoerentes então cada uma produz um padrão, que não interfere entre si, pelo que somamos apenas as intensidades.

A separação das franjas desses padrões vai depender da separação a, mas a posição desses padrões depende de h. Fazendo com que o máximo do padrão deslocado corresponda ao mínimo do padrão centrado, temos uma visibilidade zero! E tb temos que $k_0 h\theta = \pi$

ou seja:

$$h = \frac{\lambda_0}{2\theta}$$

Basta medir a separação h para se calcular θ!

Mas e se as fontes não forem incoerentes?

Por exemplo, se tivermos apenas uma estrela?

(Considera-se a estrela uma distribuição de fontes pontuais incoerentes no interior de um círculo de brilho uniforme)

Pode-se demonstrar que para essas fontes:

$$V = |\gamma_{12}(0)| = 2\left| \frac{J_1(\pi h \theta/\lambda)}{(\pi h \theta/\lambda)} \right|$$

e lembre-se que o 1º zero acontece

para $\frac{\pi h \theta}{\lambda} = 1,22\pi$, logo, deixaremos de ver visibilidade das franjas quando ~~$\frac{\pi h \theta}{\lambda}$~~ $h = 1,22 \frac{(\lambda_0)}{\theta}$

Medindo h (a distância entre os espelhos quando deixamos de ver visibilidade das franjas) conseguimos determinar θ!

Consegue-se assim medir as dimensões angulares da estrela. (Se conseguirmos medir a distância, então ficamos a saber o diâmetro!)