Luz: Onda ou Partícula?

A questão é se a luz deve ser considerada uma onda ~~ou~~ uma partícula, e a resposta é simples: É as duas coisas! Ou melhor:

"Todas as partículas têm também uma natureza ondulatória, e vice-versa. Nenhum dos dois conceitos deve ser abandonado" E.C. Schrödinger

Ou seja, em certos aspectos, em certas situações, a luz comporta-se como uma onda, e noutros como uma partícula.

Para a maior parte do estudo que vamos fazer nesta cadeira, vai ser suficiente pensar na luz como sendo uma onda electromagnética, mas não devemos esquecer a sua natureza dual.

Tratando-se pois de uma onda e.m. (electromagnética) é natural que comecemos por uma revisão do electromagnetismo.

Nota: Em alguns casos (quando o comprimento de onda da luz é muito pequeno em relação aos objectos), até se pode simplificar ainda mais o tratamento, recorrendo à óptica geométrica. Veremos isto mais tarde.

Leis do Electromagnetismo

J. C. Maxwell "resumiu" num conjunto muito "elegante" as leis do e.m.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\left[\begin{array}{l} \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M} \end{array}\right. \qquad \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

Em que: $\vec{D}$ – Campo Deslocamento

ρ – Densidade de Carga

$\vec{B}$ – Densidade de Fluxo Magnético (Campo Magnético)

$\vec{E}$ – Campo Eléctrico

$\vec{H}$ – Intensidade do Campo Magnético

$\vec{J}$ – Densidade de Corrente

$\vec{P}$ – Polarização

$\vec{M}$ – Polarização Magnética (Magnetização)

ε_0 – Permitividade Eléctrica do Vazio

$$\varepsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12}\, C^2 N^{-1} m^{-2}$$

μ_0 – Permeabilidade do Vazio

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\, N s^2 C^{-2}$$

σ – Condutividade Eléctrica do meio

Através de um conjunto (simples) de manipulações algebricas, consegue-se obter, para um meio não magnetico, homogéneo, isotropico e sem cargas: ~~e não~~

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} &= \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{B} &= \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \end{aligned}}$$

Note a semelhança com a equação de onda que vimos na última aula; de onde concluímos que:

$$\frac{1}{v^2} = \mu \varepsilon \qquad v = \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$

No caso do meio ser o vazio:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}}$$

e costuma-se utilizar: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}}$, mas é só para o vazio; para qualquer outro meio $v \neq c$

Recorde que $c = 2,99792458 \times 10^8$ m/s é a maior velocidade que pode ser alcançada, (excepto na ficção científica!) Nada se desloca mais depressa que a luz no vazio!

Hoje em dia consegue-se medir c com tal precisão que ~~já~~ para definir um metro já não se usam os antigos padrões de titânio, mas sim uma definição baseada na velocidade da luz.

Note que os campo $\vec{E}$ e $\vec{B}$ estão interligados! $\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Das equações de Maxwell demonstra-se igualmente que

Uma onda e.m. não tem nenhuma componente do campo eléctrico ao longo da direcção de propagação; Ou seja o campo eléctrico é transverso!

Do mesmo modo se mostra o campo magnético é perpendicular quer a $\vec{E}$ quer à direcção de propagação;

logo $(\vec{B} \perp \vec{E}) \perp \vec{k}$!!

O que significa que as ondas e.m. são transversais no vazio!

De notar que o que foi dito se refere ao vazio. Em meios dissipativos (c/ perdas), ou com cargas livres, a situação é mais complexa.

Para fazer a demonstração referida anteriormente, vamos começar por voltar a escrever a eq. de onda:

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Considerando, sem perda de generalidade, uma onda plana ~~segundo o eixo~~ a propagar-se segundo eixo dos x;

3.8 (EH)

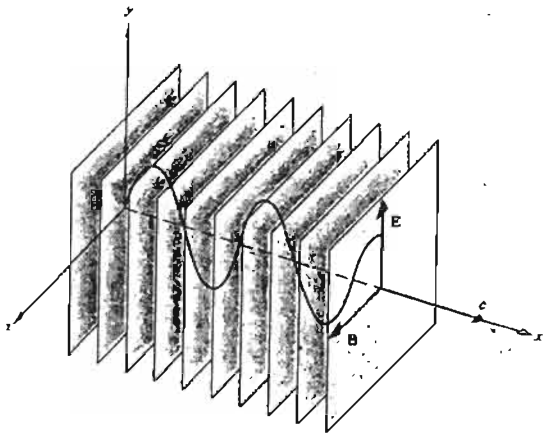


Figura 3.8 Configuração de uma onda electromagnética plana e harmónica.

Como já vimos, a intensidade no plano perpendicular a X deve ser constante. Logo $\vec{E}$ só depende de x, não depende de y ou z

$\vec{E}(x,t)$

Das equações de Maxwell $(\nabla \cdot \vec{E} = 0)$

temos que $\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0$

logo E_x é constante. Ora para termos uma onda, sabemos que temos uma variação, logo isso significa que $E_x = 0$!

Ou seja o campo eléctrico está apenas no plano YZ.

Agora da equação $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ obtemos: $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$

ou seja $\vec{E} \perp \vec{B}$! (São mutuamente perpendiculares)

De referir que o produto de $\vec{E} \times \vec{B}$ se orienta segundo a direcção de propagação.

Note ainda que o facto de termos considerado ondas planas não invalida a generalidade do resultado, pq qualquer onda pode ser escrita como um somatório de ondas planas.

– Energia e Momento

Sabe-se que a densidade de energia (Energia por unidade de volume) associada a um campo eléctrico é:

$$u_e = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2$$

e para o campo magnético temos:

$$u_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Assim para uma onda e.m, temos

$$u = u_e + u_m$$

$$u = 2u_e = 2u_m$$
$$= \varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0} B^2$$

[Aqui utilizou-se a relação $E = cB$ que resulta das Eq. de Maxwell]

Mas "u" é a densidade de energia, qual é o fluxo?

(Fluxo é definido como a quantidade de uma determinada grandeza que atravessa uma determinada área (unitária) por unidade de tempo).

Então o fluxo de energia que passa pela área A num intervalo de tempo Δt é dado por

$$S = \left|\frac{E}{A\Delta t}\right|$$

$E = \text{Volume} \cdot u$
$= A \cdot \Delta x \cdot u$

$\Delta x = v(\Delta t)$

Luz : $v = c$ $\quad \Delta x = c(\Delta t)$

$$S = \frac{A\, c(\Delta t)\, u}{A\Delta t}$$

$$S = cu$$

$$S = \frac{1}{\mu_0} EB$$

Definindo o vector de Poynting como:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

Temos que o módulo de $\vec{S}$: $|\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0} |\vec{E} \times \vec{B}|$

representa a Potência por unidade de área (ou energia por unidade de área e de tempo) que flui através de uma superfície cuja normal é paralela a $\vec{S}$.

Por outras palavras, quando queremos a Potência por unidade de área calculamos o vector de Poynting (se conhecermos os campos).

Note que para ondas planas do tipo $\vec{E} = \vec{E_0} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$
$\vec{B} = \vec{B_0} \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$

resulta:

$$\vec{S} = c^2 \varepsilon_0 \vec{E_0} \times \vec{B_0} \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

Como $\cos^2(\ \ )$ varia à frequência dupla de $\frac{\vec{k} \cdot \vec{r}}{\omega t}$ (que já é muito elevada), normalmente apenas se consegue medir o valor médio de $\vec{S}$. O que normalmente resulta em:

$$\langle S \rangle = \frac{c^2 \varepsilon_0}{2} |\vec{E_0} \times \vec{B_0}|$$

$$\boxed{I \equiv \langle S \rangle = \frac{c^2 \varepsilon_0}{2} E_0^2}$$

Em que definimos a Irradiância, I. De igual modo:

$$I = \frac{c}{\mu_0} \langle B^2 \rangle$$

$$I = \varepsilon_0 c \langle E^2 \rangle$$

Generalizando para outros meios que não o vazio:

$$\boxed{I = \varepsilon v \langle E^2 \rangle}$$

(Regra geral usa-se sempre o campo eléctrico, por este ser mais eficaz para aplicar forças a cargas eléctricas)

Note as unidades de I são as de potência por unidade de área: W/m^2.

Vejamos agora a famosa lei do inverso do quadrado:

Imagine uma onda esférica emitida por uma fonte pontual:

(EH)3.12

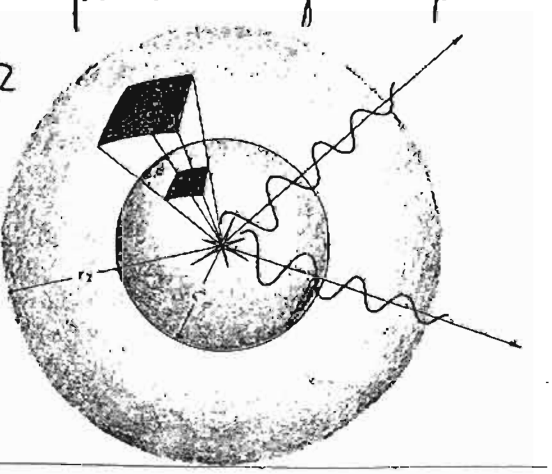


Figura 3.12 Geometria para a lei do inverso do quadrado da distância.

Se considerar uma esfera centrada nessa fonte, e de raio r_1, então toda a potência emitida será recolhida nessa esfera de raio r_1

$$I \cdot A_{esfera} = P_{total}$$

$$\varepsilon v \langle E_1^2 \rangle \cdot 4\pi r_1^2 = P_{total}$$

Considerando agora mesma situação, mas com outra esfera de raio r_2

$$\varepsilon v \langle E_2^2 \rangle \cdot 4\pi r_2^2 = P_{total}$$

A potência é a mesma, pq estamos a admitir que não há perdas

então:

$$\cancel{\varepsilon v} \langle E_1^2 \rangle \cancel{4\pi} r_1^2 = \cancel{\varepsilon v} \langle E_2^2 \rangle \cancel{4\pi} r_2^2$$

$$\langle E_1^2 \rangle r_1^2 = \langle E_2^2 \rangle r_2^2$$

Daqui se conclui que $E \cdot r = \text{constante}$

ou seja que E tem que ser proporcional a $\frac{1}{r}$

$$E \propto \frac{1}{r}$$

(já tínhamos visto este resultado na última aula)

De onde resulta que $I \propto \frac{1}{r^2}$

Ou seja à medida que nos afastamos de uma fonte (à medida que r aumenta), a Irradiância dessa fonte vai diminuindo ao ritmo de $\frac{1}{r^2}$

(Note que se trata de uma fonte pontual!)

O trabalho de Maxwell também permitia demonstrar o facto da radiação ter um certo momento (ou quantidade de movimento) associado.

Ele definiu a Pressão de Radiação como sendo: $\mathcal{P} = u$

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{\langle S \rangle}{c} = \frac{I}{c}$$

Note que as unidades de $\mathcal{P}$ são $\frac{W}{m^2} \cdot \frac{1}{m s^{-1}} = \frac{J}{\cancel{s} \cdot m^3 \cancel{s^{-1}}}$

$$= \frac{J}{m^3} = \frac{N.m}{m^3} = N/m^2 = Pa$$

Mas talvez seja mais fácil entender a ~~p~~ pressão provocada pela radiação se pensarmos no seu carácter corpuscular, ou seja se pensarmos na radiação como sendo composta por fotões, que de acordo com a teoria possuem um momento linear dado por:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

ou numa forma mais habitual:

$$|\vec{p}| = \frac{h}{\lambda}$$

$$p \neq \mathcal{P}$$

p	$\mathcal{P}$
momento linear (quantidade de movimento)	Pressão da radiação
$m.v$	$F/\text{Área}$
Kg m/s	N/m^2

Este fenómeno pode ser utilizado, por exemplo para "arrefecer" átomos, permitindo obter temperaturas extremamente baixas.
Ver Prémio Nobel Física 1997 $<10^{-6}$K!

— Radiação

Não iremos, por enquanto, entrar em detalhe nos processos de geração de radiação. Devemos no entanto notar que as eq. de Maxwell não dependem do comprimento de onda, pelo que não é de esperar que ocorram diferenças fundamentais para as "diferentes" ondas e.m. (raios X, gama, luz, ondas de rádio, etc...)

E na realidade não existem, apesar de os materiais terem zonas de absorção/transmissão diferentes, as leis fundamentais são sempre as mesmas.

Mas pensemos agora como é que são gerados os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ que formam as ondas e.m.. Sabemos que cargas eléctricas geram um campo eléctrico. Ora se uma onda é formada por um campo que varia no tempo, podemos facilmente imaginar que se a carga estiver a oscilar, então o campo também!

Na realidade, se uma carga se desloca com <u>movimento não uniforme</u>, <u>então ela radia</u>! (Emite ondas e.m.). Vejamos apenas um exemplo:

- Radiação Dipolar eléctrica.

Um dipolo é um conjunto de duas cargas, de sinais opostos que vibram ao longo de uma recta.

esse é efectivamente a principal fonte de radiação responsável pela geração da radiação visível e U.V., tendo esses "dipolos" origem no rearranjo dos electrões mais afastados do núcleo do átomo.

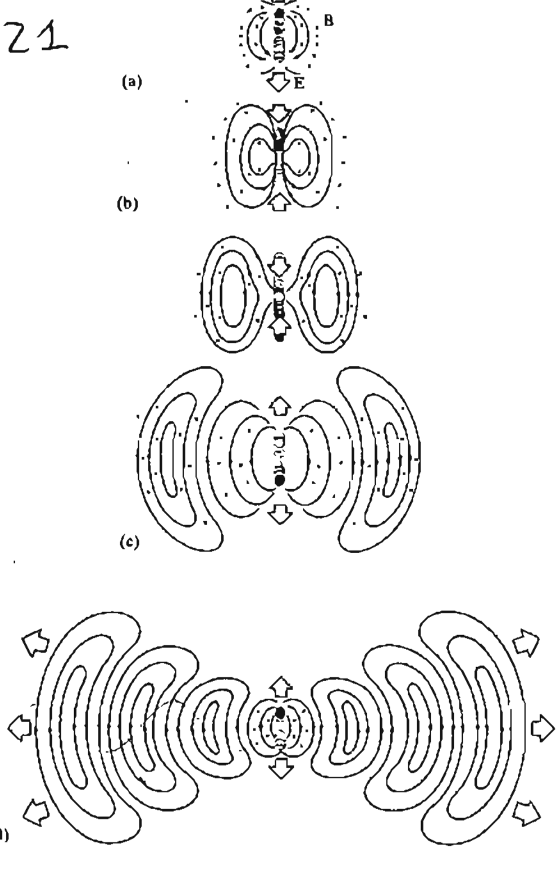
(Imagine que o átomo tem x electrões. Então pode pensar que os x-1 electrões mais interiores bloqueiam o efeito de x-1 protões do núcleo, restando 1 par (electrão-protão) que funciona como um dipolo).

Admitindo que o comportamento desse dipolo pode ser descrito por um oscilador harmónico simples, então o momento dipolar é dado por:

$$\vec{p} = p_0 \cos(\omega t)$$

em que p_0 é qd, em que d é a distância máxima entre as cargas (de carga "q").

(EH) 3.21



esta figura mostra a distribuição do campo eléctrico de um dipolo em oscilação

Pode-se mostrar que a radiação de uma fonte deste tipo é dada por

$$I = \frac{p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 c^3 \varepsilon_0} \frac{\sin^2\theta}{r^2}$$

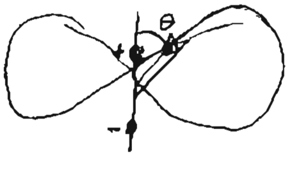


Figura 3.21 Campo eléctrico E de um dipolo eléctrico em oscilação.

– Luz e Matéria

Já vimos que $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$.

Para qualquer meio $v < c = v_{vazio}$, mas de qualquer modo, para a luz, v é sempre elevada. Por isso é conveniente utilizar-se o índice de refracção n:

$$\boxed{n = \frac{c}{v}} \Leftrightarrow n = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} \qquad \underline{\underline{n \geq 1}}$$

[alguns autores utilizam também o chamado índice de refracção relativo entre dois meios 1 e 2 e que é definido por:

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2}$$

Como pode ser confundido com o n (absoluto) não o vamos utilizar.]

É importante notar que n depende do meio e da frequência.

O facto de n depender da frequência dá origem ao bem conhecido fenómeno da dispersão, utilizado por exemplo para separar as componentes da luz "branca" num prisma de vidro.

Se o índice de refracção de um meio depende da frequência (ou do comprimento de onda) então o meio é dispersivo!