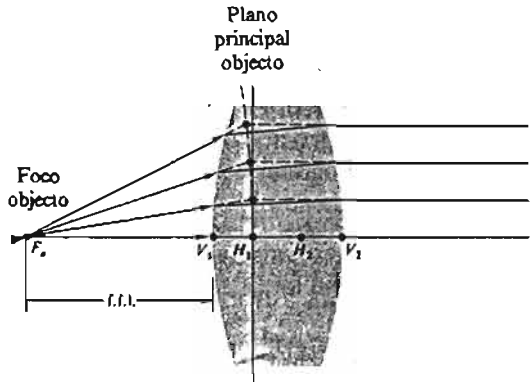


Complexos de Óptica Geométrica II

→ LENTES ESPESSAS E SISTEMAS ÓPTICOS

Nesta figura está representada uma lente espessa. Esta lente pode ser vista como um conjunto de lentes simples, que trabalham num sistema óptico.



Considerando os raios que saem do ponto Foco objecto, e que são paralelos ao eixo, prolongando esses 2 conjuntos de raios, encontramos uma superfície que

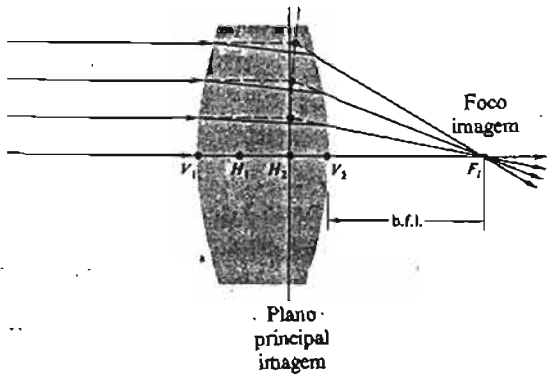


Figura 6.1 Lente espessa.

Se chamam de Plano Principal (Este plano só é verdadeiramente plano na região paraxial).

A interseção dos planos principais com o eixo óptico (2) corresponde aos pontos principais (Objeto e Imagem) H_1 e H_2

Além destes pontos, devemos igualmente considerar os Pontos Nodais, que correspondem à interseção do eixo óptico com os prolongamentos dos raios que passam pelo centro óptico da lente (já visto que estes raios são paralelos aos raios de entrada).

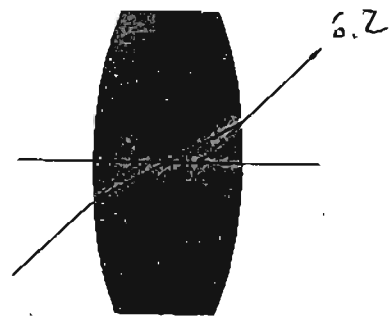


Figura 6.2 Pontos nodais.

Este conjunto de 6 Pontos (2 Focais, 2 Principais e 2 Nodais) constitui os Pontos Cardinais de um sistema óptico.

Note-se que em muitos casos (nomeadamente quando a lente está envolvida dos dois lados pelo mesmo meio) os pontos Nodais podem coincidir com os pontos Principais.

Além disso, não é obrigatório que estes pontos se encontrem no interior da lente.

Estes pontos (em particular H_1 e H_2) são muito úteis pois permitem que se continue a estudar:

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

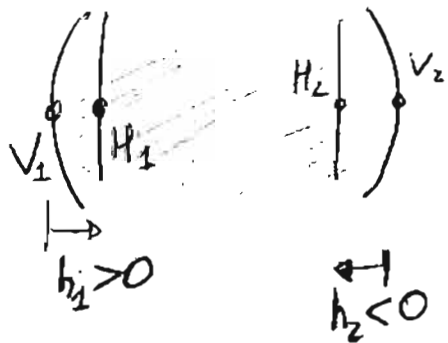
(3)

Mesmo para lentes espessas. Só que agora:

$$\frac{1}{f} = \left[\frac{n_e}{n_m} - 1 \right] \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n_e - 1)d}{n_e R_1 R_2} \right]$$

Todas estas distâncias (s_o , s_i e f) são agora medidas relativamente aos planos principais H_1 e H_2 .

Note-se que a convergência de raios para H_1 e H_2 é a seguinte:



Objeto V está à esquerda de H_1

$$h > 0$$

Objeto V está à direita de H_1

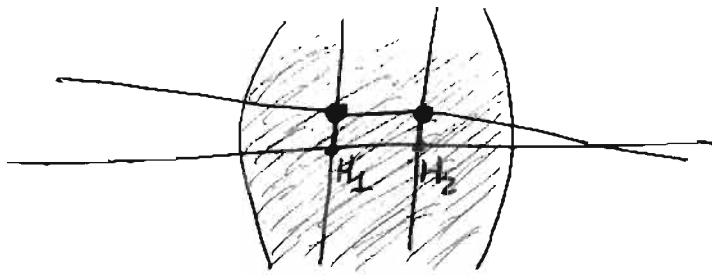
$$h < 0$$

$$h_1 = - \frac{f(n_e - 1)d}{R_2 n_e}$$

$$h_2 = - \frac{f(n_e - 1)d}{R_1 n_e}$$

Note-se que d é a distância entre vértices.

Por outro lado, a imagem de um objeto no plano principal
 objeto forma-se no plano principal. imagem à mesma
 altura (com ampliação unitária, daí que se chama estes
 planos de planos unitários).



Mas e se tivermos um sistema óptico composto
 por duas lentes espessas?

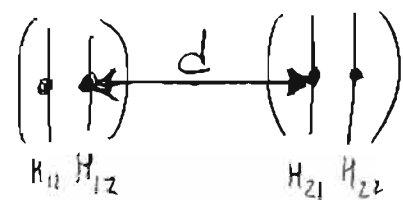
Nesse caso vale $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$

mas atentos que agora temo que considerar H_1
 e H_2 que são dados por:

$$\overline{H_{11}H_1} = \frac{f d}{f_2}$$

$$\overline{H_{22}H_2} = -\frac{f d}{f_1}$$

Neste caso d é a
 distância entre os planos
 principais das duas lentes



Veja-se no exemplo 2 lentes delgadas, $f_1 = -30 \text{ cm}$

(5)

$f_2 = 20 \text{ cm}$ e $d = 10 \text{ cm}$: EHC.6

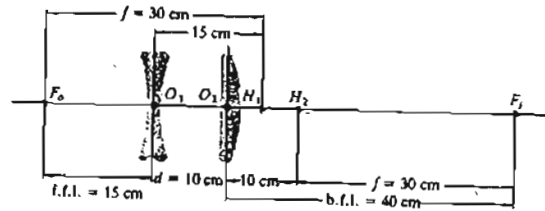


Figura 6.6 Lente composta.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{20} - \frac{10}{-30 \times 20} \rightarrow f = 30 \text{ cm}$$

$$\overline{H_{11}H_1} = \overline{O_1H_1} \quad (P_1, H_{11} = H_{12} = O_2 \rightarrow \text{A lente é delgada})$$

$$\overline{O_1H_1} = \frac{fd}{f_2} = \frac{30 \times 10}{20} = 15 \text{ cm}$$

$$\overline{O_2H_2} = -\frac{fd}{f_1} = \frac{-30 \times 10}{-30} = +10 \text{ cm}$$

Como os
positivos, está
à direita!

(Podem, se quiserem, verificar estes cálculos com os resultados que obtiveram utilizando apenas os resultados do Cap. V. Naturalmente os resultados são os mesmos!)

→ TRAÇADO DE RAIOS

Hoje em dia utilizam-se frequentemente métodos (computorizados) de cálculo do traçado de raios, aplicando apenas a lei de Snell em cada interface.

Esse cálculo pode, hoje e da, ser feito feito
a aproximação, mas anteriormente era frequentemente
utilizada a aproximação paraxial $\text{sen } \theta \approx \theta$

$$n_{i1} \theta_{i1} = n_{t1} \theta_{t1}$$

ou

$$n_{i1} (\alpha_{i1} + \alpha_1) = n_{t1} (\alpha_{t1} + \alpha_1)$$

EH6.8

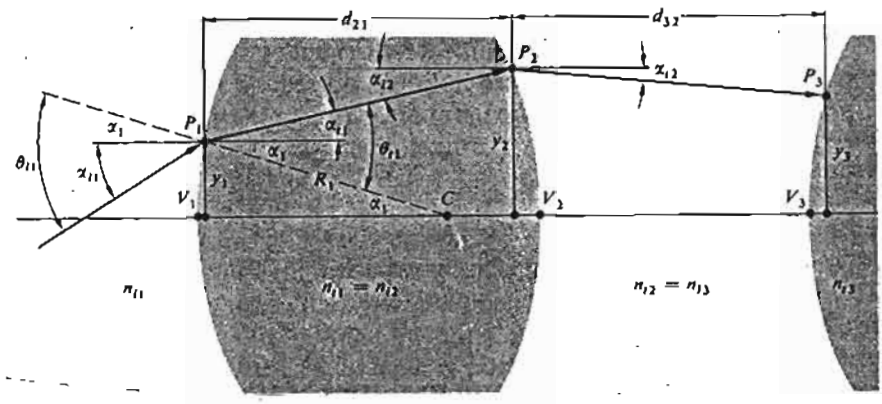


Figura 6.8 Geometria do traçado de raios.

Como $\alpha_1 = \frac{y_1}{R_1}$ e após manipulação:

$$n_{t1} \alpha_{t1} = n_{i1} \alpha_{i1} - \left(\frac{n_{t1} - n_{i1}}{R_1} \right) y_1$$

lembrando que a potência de um Dióptro é:

$$\mathcal{D}_1 = \frac{n_{t1} - n_{i1}}{R_1}$$

Logo

$$n_{t1} \alpha_{t1} = n_{i1} \alpha_{i1} - \mathcal{D}_1 Y_1$$

Eq de Refracção.

(7)

Após esta passagem, o raio vai se propagar em linha recta até ao 2º dióptro; a altura nesse dióptro será

$$Y_2 = Y_1 + d_{21} \alpha_{t1}$$

Eq de Transfêrência

(Na aprox. paraxial $d_{21} = \sqrt{v_2 v_1}$)

Usando estas 2 equações podemos facilmente traçar o percurso de qualquer raio (paraxial)!

Uma maneira fácil de resolver estas equações é através do uso de matrizes.

$$\begin{cases} n_{t1} \alpha_{t1} = n_{i1} \alpha_{i1} - \mathcal{D}_1 Y_{i1} \\ Y_{t1} = 0 + Y_{i1} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{R}_1 \begin{cases} \begin{bmatrix} n_{t1} \alpha_{t1} \\ Y_{t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\mathcal{D}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{i1} \alpha_{i1} \\ Y_{i1} \end{bmatrix} \\ \text{ou} \\ \begin{bmatrix} \alpha_{t1} \\ Y_{t1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{i1}/n_{t1} & -\mathcal{D}_1/n_{t1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ Y_{i1} \end{bmatrix} \end{cases}$$

Refracção

$$\begin{cases} n_{i2} \alpha_{i2} = n_{t1} \alpha_{t1} + 0 \\ y_{i2} = d_{z1} \alpha_{t1} + y_{t1} \end{cases} \Rightarrow \mathcal{T}_{z1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{z1}/n_1 & 1 \end{bmatrix}$$

transferência

Assim podemos escrever:

$$r_{t1} = \begin{bmatrix} n_{t1} \alpha_{t1} \\ y_{t1} \end{bmatrix} \quad r_{i1} = \begin{bmatrix} n_{i1} \alpha_{i1} \\ y_{i1} \end{bmatrix}$$

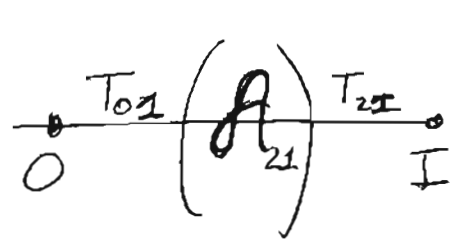
$$r_{t1} = R_1 r_{i1} \quad r_{i2} = \mathcal{T}_{z1} r_{t1}$$

$$r_{i2} = \mathcal{T}_{z1} R_1 r_{i1}$$

e podemos escrever:

$$r_{i2} = \underbrace{R_2 \mathcal{T}_{z1} R_1}_{A_{z1}} r_{i1}$$

No caso de um sistema onde o objeto está à esquerda:



$$r_I = \boxed{T_{z1} A_{z1} T_{10}} \cdot r_O$$

De um modo geral $A_{21} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

(9)

Pode-se demonstrar que: $a_{12} = -\frac{1}{f}$

$$\overline{V_1 H_1} = \frac{n_{i1} (1 - a_{11})}{-a_{12}}$$

$$\overline{V_2 H_2} = \frac{n_{t2} (a_{22} - 1)}{-a_{12}}$$

Aplicando ao caso concreto:

$$\begin{bmatrix} n_I \alpha_I \\ y_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{I2}/n_I & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ d_{10}/n_0 & 1 \end{bmatrix}^*$$

$$* \begin{bmatrix} n_0 \alpha_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

EH 6.9,

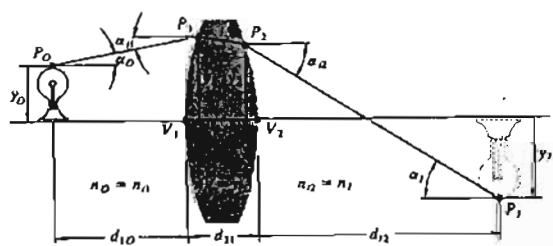


Figura 6.9 Geometria da formação de imagens.