

Nome: _____ N.º: _____

1ª Parte – Duração 1h

As respostas desta parte devem ser escritas neste mesmo enunciado.
Não é permitido o uso de qualquer tipo de calculadora.

Secção A – Assinale a resposta certa.

1 – [1 Valor] Uma onda electromagnética é:

- a) composta por dois campos paralelos \vec{E} e \vec{B} .
- b) uma onda longitudinal.
- c) uma onda com uma frequência da ordem dos 10^{15} Hz.
- d) uma onda transversal.

Resposta
d)

2 – [1 Valor] Um espelho côncavo e uma lente convergente têm a mesma distância focal no ar. Terão a mesma distância focal na água?

- a) Sim, terão a mesma distância focal.
- b) O espelho na água terá uma distância focal menor.
- c) A lente terá uma distância focal menor que a do espelho.
- d) O espelho terá uma distância focal menor que a da lente.

Resposta
d)

3 – [1 Valor] Suponha que um prisma é feito de um material cujo índice de refração aumenta com o comprimento de onda, na região do visível. Qual será a cor mais desviada?

- a) Vermelho.
- b) Azul.
- c) Violeta.
- d) Verde.

Resposta
a)

4 – [1 Valor] O coeficiente r_{\perp} relaciona:

- a) As amplitudes dos campo incidente e transmitido, para campos eléctricos perpendiculares à interface.
- b) As intensidades das ondas incidente e transmitida, para campos eléctricos perpendiculares à interface.
- c) As amplitude dos campos incidente e reflectido, para campos eléctricos paralelos à interface.
- d) As intensidades das ondas incidente e reflectida, para campos eléctricos paralelos à interface.

Resposta
c)

5 – [1 Valor] A reflexão interna total:

- a) Ocorre quando a luz passa de um meio mais denso para um menos denso.
- b) Pode ocorrer quando a luz passa de um meio mais denso para um menos denso.
- c) Ocorre quando a luz passa de um meio menos denso para um mais denso.
- d) Só ocorre quando a luz passa do vidro para o ar.

Resposta
b)

Secção B – Questões directas.

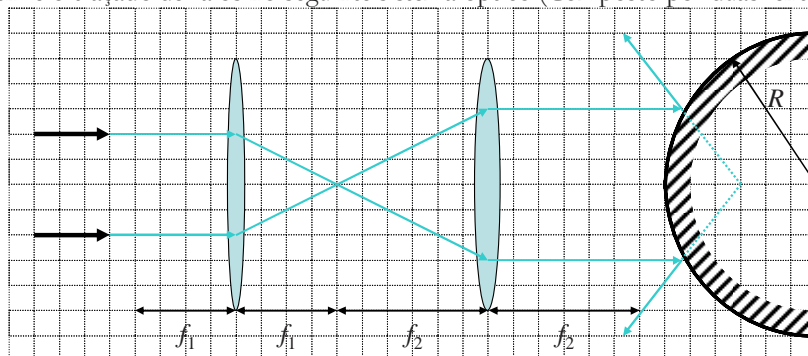
6 – [1 Valor] Escreva a expressão geral para uma onda harmónica, de amplitude A_0 comprimento de onda λ e período T (a expressão só deve incluir essas três grandezas).

Resposta: $\Psi(x,t) = A_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$

7 – [1 Valor] O ângulo de polarização para a interface 1-2 é 35° . Qual será o ângulo de polarização para a interface 2-1?

Resposta: Os ângulos de polarização são complementares, logo $\theta_{2-1} = 90^\circ - \theta_{1-2} = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

8 – [1 Valor] Desenhe o traçado de raios no seguinte sistema óptico (Composto por duas lentes e um espelho):

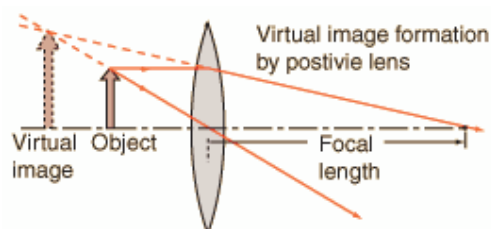


Secção C – Perguntas de desenvolvimento.

Nota: Utilize o espaço no fundo da página, caso deseje fazer algum esquema para complementar as suas respostas.

9 – [1 Valor] Uma imagem virtual pode ser fotografada expondo-se um filme no local onde se forma a imagem? Justifique.

Não. Porque a imagem na realidade não “existe” nesse local, ela parece vir dessa posição, mas na realidade os raios luminosos não passam nesse plano (ou melhor dizendo, não formam essa imagem nesse plano, apenas os seus prolongamentos forma a imagem nesse plano).



10 – [1 Valor] Enumere as 5 aberrações monocromáticas de Seidel, e descreva sumariamente uma delas.

Aberração esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo e distorção. Consultem a teoria para a descrição de cada uma delas.

Nome: _____ N.º: _____

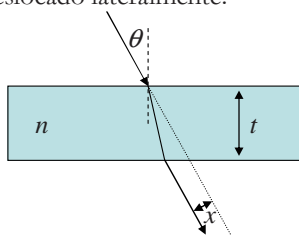
2ª Parte – Duração 1h (+30min tolerância)

As respostas aos problemas 1 a 4 devem ser escritas em folhas de exame. A resposta ao problema 5 deve ser escrita nesta folha.

1 – a) [1 Valor] Um feixe de micro-ondas, com 12 cm de comprimento de onda, incide na superfície de um dieléctrico segundo um ângulo de 45°. Se $n_d = 1,25$ calcule o comprimento de onda no dieléctrico e o ângulo do feixe transmitido.

b) [1 Valor] Considere uma onda luminosa polarizada linearmente no plano de incidência, que incide a 30° numa placa de vidro ($n = 1,52$) imersa no ar. Calcule os coeficientes de reflexão e transmissão em amplitude.

2 – a) [1 Valor] Prove que um raio de luz que incide sobre uma placa de vidro, de faces paralelas e de espessura t , emerge paralelo ao feixe incidente, mas deslocado lateralmente.



b) [1 Valor] Mostre que para pequenos ângulos de incidência θ , o desvio é:

$$x = t \cdot \theta \cdot \frac{n-1}{n}$$

3 – Um objecto com 2 cm de altura está 20 cm à esquerda de uma lente com uma distância focal +10 cm. Uma segunda lente com $f = +15$ cm está 30 cm à direita da 1ª lente.

a) [0,5 Valores] Qual é a localização da imagem final?

b) [0,5 Valores] Qual é o tamanho da imagem?

c) [0,5 Valores] Essa imagem é real ou virtual?

d) [0,5 Valores] Essa imagem é direita ou invertida?

4 – [2 Valores] Foi colocado um diafragma (diâmetro 2 cm) num sistema óptico composto por duas lentes ($f_1 = +10$ cm, $f_2 = +5$ cm), de modo a que o diafragma limite a abertura do sistema. Sabendo que a distância entre as lentes é de 7,5 cm, e que o diafragma está 5 cm à direita da 1ª lente, calcule a posição e o tamanho das pupilas de entrada e de saída.

5 – [2 Valores] Preencha a seguinte tabela, relativa a espelhos:

Tipo	Côncavo	Plano	Concavo	Convexo
f	+20	∞	+20	-30
R	-40	∞	-40	+60
s_o	+10	+10	+30	-5
s_i	-20	-10	+60	+4 (devia ser +6)
M_T	+2	+1	-2	+1,2
Real /Virtual	Virtual	Virtual	Real	Real
Direita /Invertida	Direita	Direita	Invertida	Direita

Formulário

$$\nabla\Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \quad \Psi(x,t) = \bar{A}_0 \sin[k(x \mp vt)] = \bar{A}_0 e^{ik(x \mp vt)} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad v = \frac{\lambda}{T}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad \nabla \cdot \vec{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad \hat{k} \times \vec{E} = v\vec{B} \quad u_e = \frac{\epsilon}{2} E^2 \quad u = \epsilon E^2 = \frac{1}{\mu} B^2$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B} \quad I = \langle S \rangle = \frac{c\epsilon}{2} E^2 \quad n = \frac{c}{v} \quad n^2(\omega) = 1 + \frac{Nq^2}{\epsilon_0 m} \sum_j \left(\frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega} \right)$$

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = 1 + \frac{Nq^2}{3\epsilon_0 m} \sum_j \left(\frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2} \right) \quad n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \quad t = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^m n_i s_i \quad R + T = 1$$

$$r_{\perp} = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{\mu_1} \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{\mu_2}}{\frac{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}{\mu_1} \frac{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}{\mu_2}} \quad r_{\parallel} = \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{\frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{\mu_2} \frac{n_2 \cos\theta_i - n_1 \cos\theta_t}{\mu_1}}{\frac{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}{\mu_2} \frac{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}{\mu_1}} \quad R = r^2$$

$$t_{\perp} = \frac{E_{0t}}{E_{0i}} = \frac{2 \frac{n_1 \cos\theta_i}{\mu_1}}{\frac{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}{\mu_1} \frac{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}{\mu_2}} \quad t_{\parallel} = \frac{E_{0t}}{E_{0i}} = \frac{2 \frac{n_1 \cos\theta_i}{\mu_1}}{\frac{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}{\mu_2} \frac{n_2 \cos\theta_i + n_1 \cos\theta_t}{\mu_1}} \quad T = \frac{n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i} t^2$$

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f} \quad \frac{1}{f} = \left[\frac{n_i}{n_m} - 1 \right] \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

$$f_{\#} = \frac{f}{D} \quad f = -\frac{R}{2} \quad M_T = \frac{y_i}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o} \quad M_L = -M_T^2$$

$$s_{i2} = \frac{f_2 d - \frac{f_2 s_{o1} f_1}{s_{o1} - f_1}}{d - f_2 - \frac{s_{o1} f_1}{s_{o1} - f_1}} \quad ffl = \frac{f_1 (d - f_2)}{d - (f_1 + f_2)} \quad bfl = \frac{f_2 (d - f_1)}{d - (f_1 + f_2)}$$

$$\delta = \theta_i + \arcsin \left[\sin \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i} - \sin \theta_i \cos \alpha \right] - \alpha \quad n = \frac{\sin \left[\frac{\delta_m + \alpha}{2} \right]}{\sin \left[\frac{\alpha}{2} \right]}$$

$$\theta_c = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad D = \frac{1}{f} \quad V = \frac{n_y - 1}{n_B - n_R} \quad f_{1Y} V_1 + f_{2Y} V_2 = 0$$

1ª Parte

$$2. \text{ Lente: } \frac{1}{f} = \left[\frac{n_e}{n_m} - 1 \right] \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

$$\text{Espelho } f = -\frac{R}{2}$$

Para a lente:

no ar

$$\frac{1}{f_{\text{ar}}} = (n_e - 1) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

na água

$$\frac{1}{f_{\text{água}}} = \left(\frac{n_e}{n_{\text{água}}} - 1 \right) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]$$

┌

Devido ao índice de água: $\frac{n_e}{n_{\text{água}}} - 1 < n_e - 1$

$$\Rightarrow f_{\text{água}} > f_{\text{ar}}$$

Para o espelho:

f não depende de n !

Logo na água o espelho vai ter uma distância focal menor que a lente.

2ª Parte

$$1 \text{ a) } \lambda_{\text{ar}} = 12 \text{ cm}$$

$$\theta_i = 45^\circ$$

$$n_d = 1,25$$

$$v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{n\lambda}$$

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n}$$

$$f = \frac{c}{n\lambda}$$

Como f (c) é constante (não depende do meio), isso implica que $n\lambda$ também é constante.

$$n_{\text{ar}} \lambda_{\text{ar}} = n_d \lambda_d$$

$$1 \cdot 12 = 1,25 \lambda_d$$

$$12 = \frac{5}{4} \lambda_d$$

$$\lambda_d = \frac{12 \cdot 4}{5} = \frac{48}{5} = 9,6 \text{ cm}$$

$$n_{\text{ar}} \sin 45^\circ = n_d \sin \theta_t$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{4} \sin \theta_t$$

$$\sin \theta_t = \frac{2\sqrt{2}}{5}$$

$$\theta_t = \arcsin \left(\frac{2\sqrt{2}}{5} \right)$$

$$\theta_t = 34,4^\circ$$

b) "Polarizada linearmente no plano de incidência"
então temos que considerar r_{\parallel} e t_{\parallel}

$$n_1 = n_{\text{ar}} = 1$$

$$n_2 = n_{\text{vidro}} = 1,52$$

$$\theta_i = 30^\circ$$

$$n_1 \sin 30^\circ = n_2 \sin \theta_t$$

$$1 \times \frac{1}{2} = 1,52 \times \sin \theta_t$$

$$\sin \theta_t = \frac{1}{3,04}$$

$$\theta_t = 19,2^\circ$$

Como o vidro é um dielétrico, podemos
considerar $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$

$$r_{//} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}$$

$$t_{//} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}$$

$$r_{//} = \frac{1,52 \cos 30^\circ - 1 \cos 19,2^\circ}{1,52 \cos 30^\circ + 1 \cos 19,2^\circ}$$

$$= \frac{1,52 \times 0,866 - 1 \times 0,944}{1,52 \times 0,866 + 1 \times 0,944}$$

$$= \frac{0,372}{2,260}$$

$$= 0,16$$

$$t_{//} = \frac{2 \times 1 \times \cos 30^\circ}{1,52 \cos 30^\circ + 1 \cos 19,2^\circ}$$

$$= \frac{2 \times 0,866}{1,52 \times 0,866 + 1 \times 0,944}$$

$$= \frac{1,732}{2,260}$$

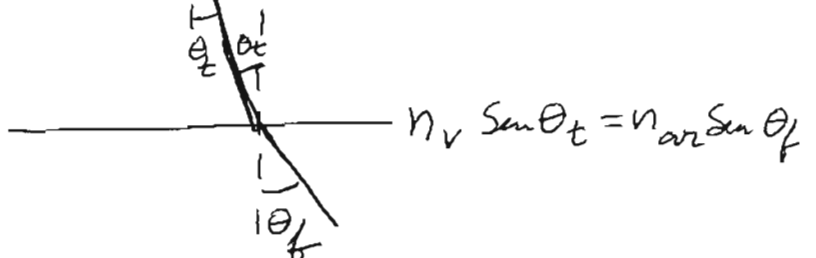
$$= 0,77$$

2 -

Para a 1ª Face



Para a 2ª Face

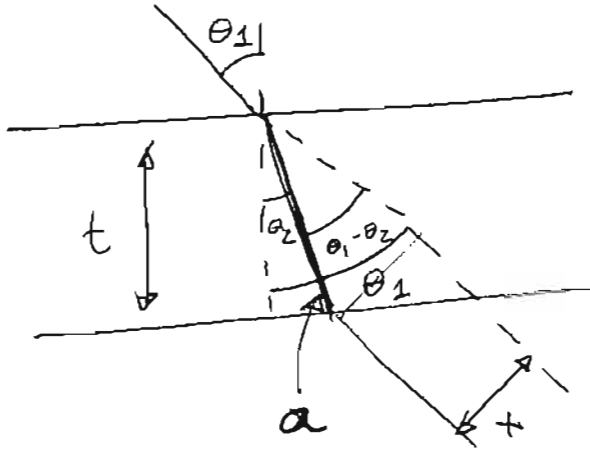


Como $n_{ar} \text{Sen } \theta_i = n_{vibro} \text{Sen } \theta_t = n_{ar} \text{Sen } \theta_f$

$$n_{ar} \text{Sen } \theta_i = n_{ar} \text{Sen } \theta_f$$

$$\boxed{\theta_i = \theta_f}$$

b)



$$\text{Sen}(\theta_1 - \theta_2) = \frac{x}{a}$$

$$\text{Cos } \theta_2 = \frac{t}{a}$$

e finalmente a lei de Snell

$$n_{ar} \text{Sen } \theta_1 = n_{vibro} \text{Sen } \theta_2$$

Na aproximação Paraxial:

$$1. \theta_1 = n \theta_2$$

$$\text{e ainda: } \theta_1 - \theta_2 = \frac{x}{a}$$

$$1 = \frac{t}{a}$$

$$t = a \rightarrow \theta_1 - \theta_2 = \frac{x}{t}$$

$$\theta_1 - \frac{\theta_1}{n} = \frac{x}{t}$$

$$\frac{n-1}{n} \theta_1 t = x$$

$$x = t \theta_1 \frac{n-1}{n}$$

③

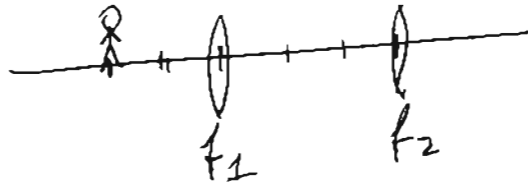
a)

$$s_{o1} = +20 \text{ cm}$$

$$f_1 = +10 \text{ cm}$$

$$f_2 = +15 \text{ cm}$$

$$d = 30 \text{ cm}$$

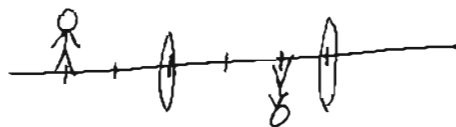


$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i1}} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{s_{i1}} = \frac{1}{10}$$

$$s_{i1} = +20 \text{ cm}$$

$$M_{T1} = -\frac{s_{i1}}{s_{o1}} = -1$$



$$s_{o2} = +10 \text{ cm}$$

$$f_2 = +15 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{s_{i2}} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{s_{i2}} = \frac{10 - 15}{15 \times 10}$$

$$\frac{1}{s_{i2}} = \frac{-5}{150}$$

$$\underline{s_{i2} = -30 \text{ cm}}$$

$$b) M_{T2} = - \frac{-30}{10} = +3$$

$$M_{T_{\text{total}}} = M_{T1} \cdot M_{T2}$$

$$= -1 \times 3$$

$$= -3$$

$$M_{\text{Total}} = \frac{Y_I}{Y_o}$$

$$-3 = \frac{Y_I}{2}$$

$$\underline{Y_I = -6 \text{ cm}}$$

c) $s_{i2} < 0$ Imagen virtual

d) $M_{T_{\text{total}}} < 0$ Imagen Invertida

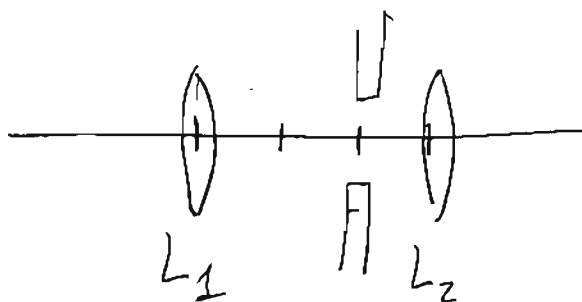
$$\phi = 2 \text{ cm}$$

$$f_1 = +10 \text{ cm}$$

$$f_2 = +5 \text{ cm}$$

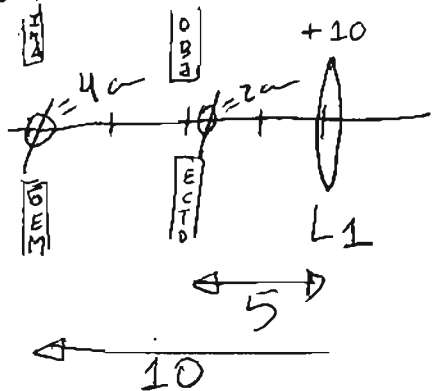
$$d = 7,5 \text{ cm}$$

$$d_{d-L_1} = 5 \text{ cm}$$



Como é dito que é o diafragma que limita a abertura, para encontrarmos as pupilas só temos que encontrar a imagem do diafragma dada pelos lentes que estão à sua esquerda (P. Entrada) e pelos lentes que estão à sua direita (P. Saída)

Para ser mais fácil, vamos ~~calcular~~ ^{"rodar"} para a 1ª lente:



$$M_T = -\frac{-10}{5} = 2$$

$$Y_I = 2 Y_O$$

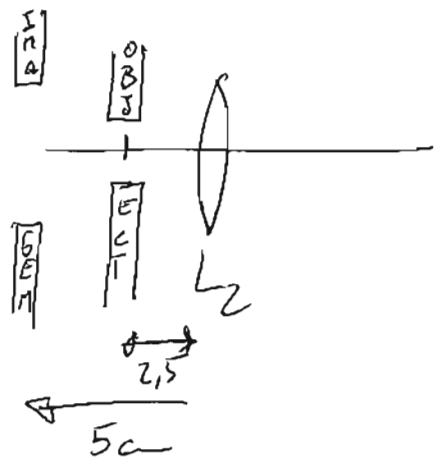
$$\phi_I = 4 \text{ cm}$$

$$s_o = 5 \text{ cm}$$

$$f = +10 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{10}$$

$$s_i = -10 \text{ cm}$$



$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

$$M_T = -\frac{s_i}{s_o}$$

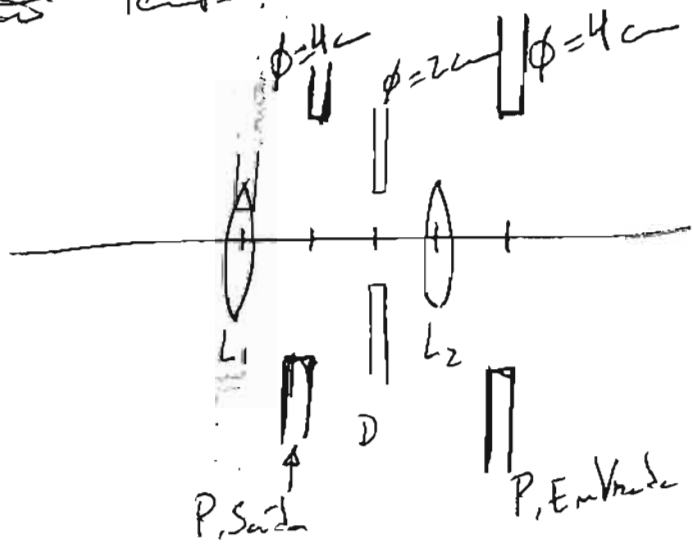
$$\frac{1}{2,5} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{5}$$

$$M_T = 2$$

$$\phi_I = 4 \text{ cm}$$

$$s_i = -5 \text{ cm}$$

Entas lens:



5) Para preencher a tabela:

$$f = -\frac{R}{2}$$

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

$$M_T = -\frac{s_i}{s_o}$$